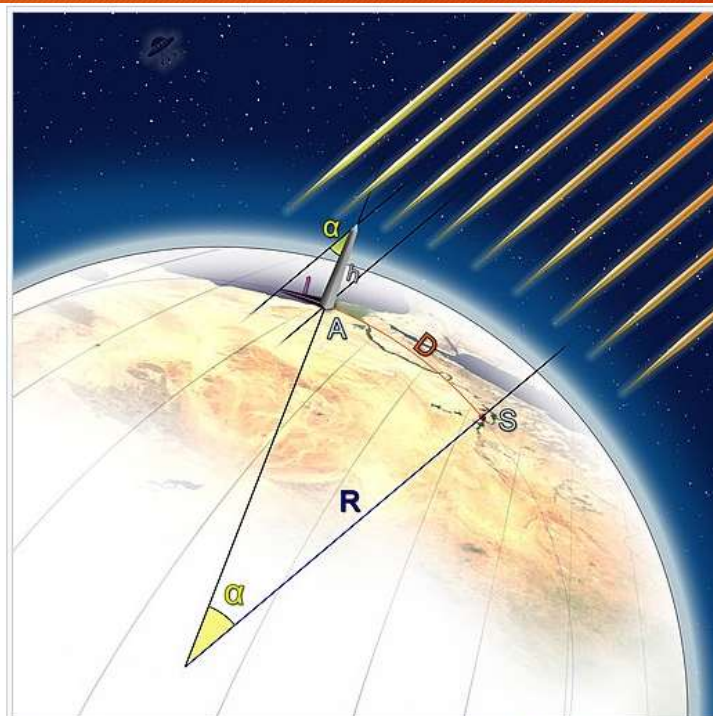


Addendum. Triangoli qualsiasi e la trigonometria



Misura del meridiano terrestre secondo la versione semplificata di Cleomede, basata sulle assunzioni errate che Siene fosse sul Tropico del Cancro e sullo stesso meridiano di Alessandria.

La Trigonometria

Vale nella Geometria Euclidea : I 5 Postulati

In particolare si ricava da:

La somma degli angoli interni di un triangolo è sempre 180°

Similitudine

Teorema di Pitagora

Angoli dei raggi terrestri

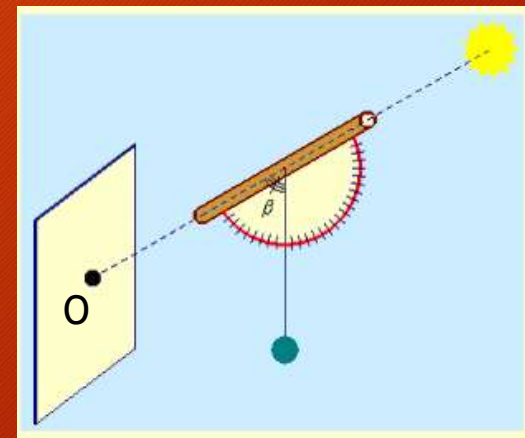
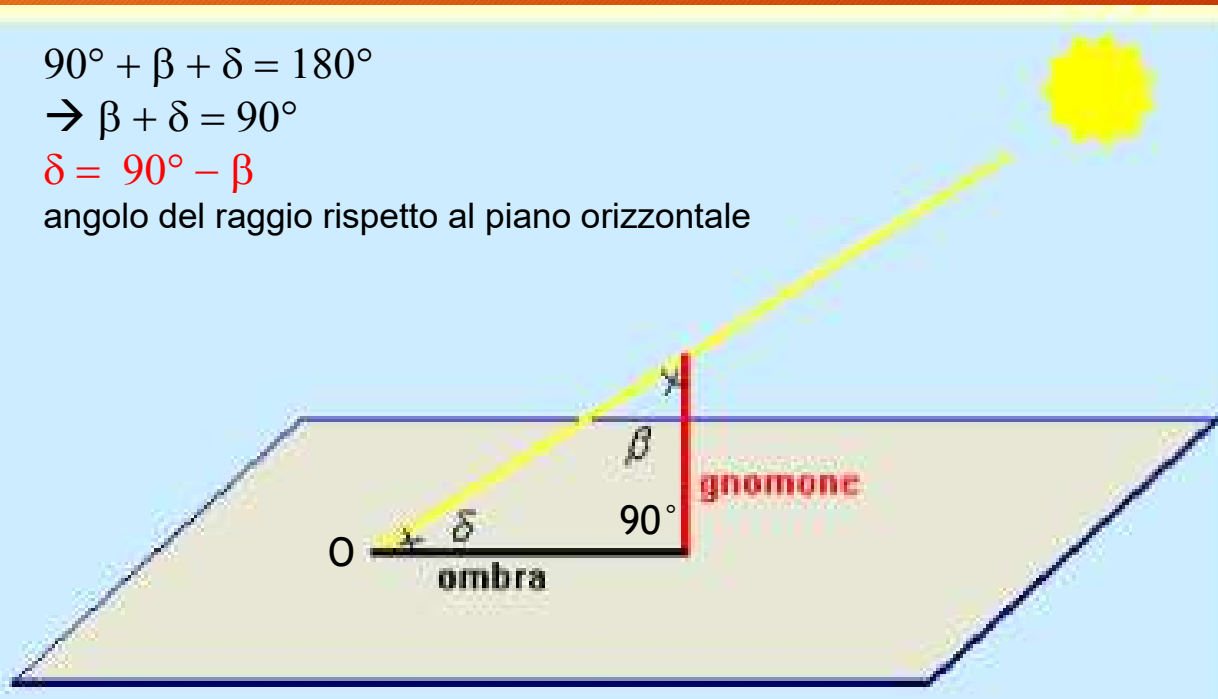
Misura dell'angolo β

$$90^\circ + \beta + \delta = 180^\circ$$

$$\rightarrow \beta + \delta = 90^\circ$$

$$\delta = 90^\circ - \beta$$

angolo del raggio rispetto al piano orizzontale



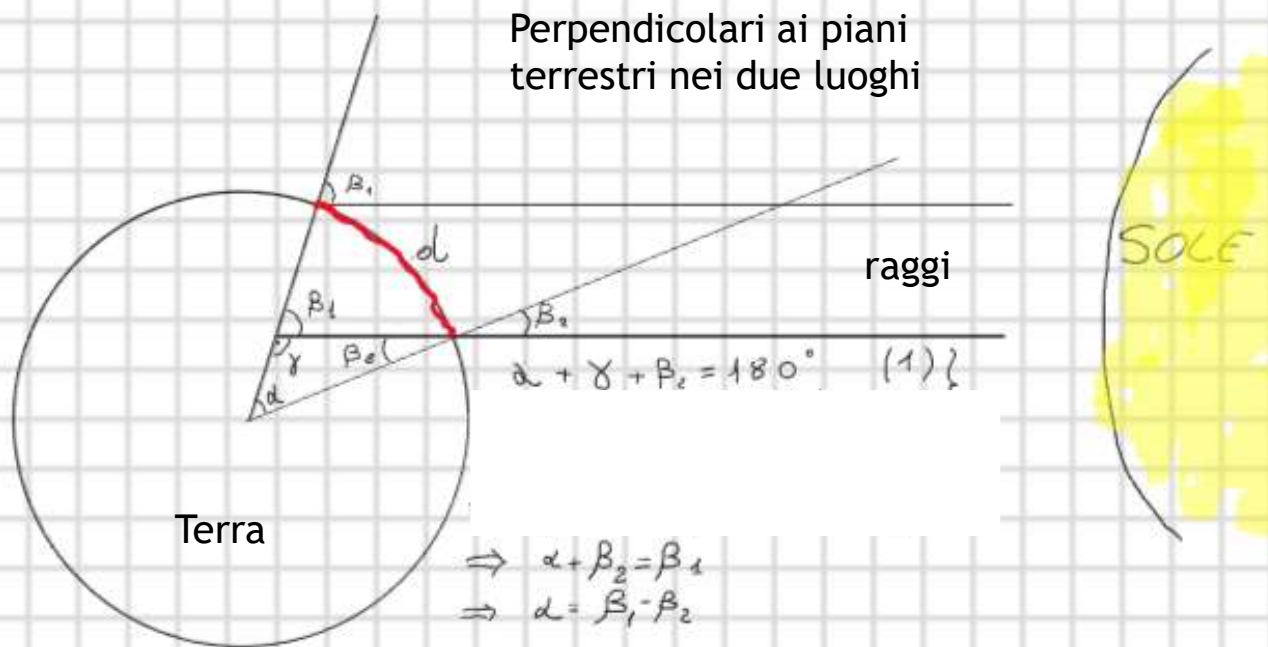
Misura della Circonferenza della Terra

Eratostene di Cirene (276-197 a.C)

Eratòstene di Cirene -Alessandria d'Egitto, è stato un matematico, astronomo, geografo, poeta, filologo e filosofo greco antico. È noto alla storia soprattutto per aver concepito il metodo matematico trigono-geometrico che porta il suo nome, e che gli permise di calcolare la più accurata misura, tra quelle antiche, della circonferenza-terrestre, più precisamente del meridiano-terrestre passante per l'Egitto utilizzando delle semplici osservazioni e misurazioni in quei luoghi durante i solstizi d'estate.



Angolo al centro e lunghezza dell'arco

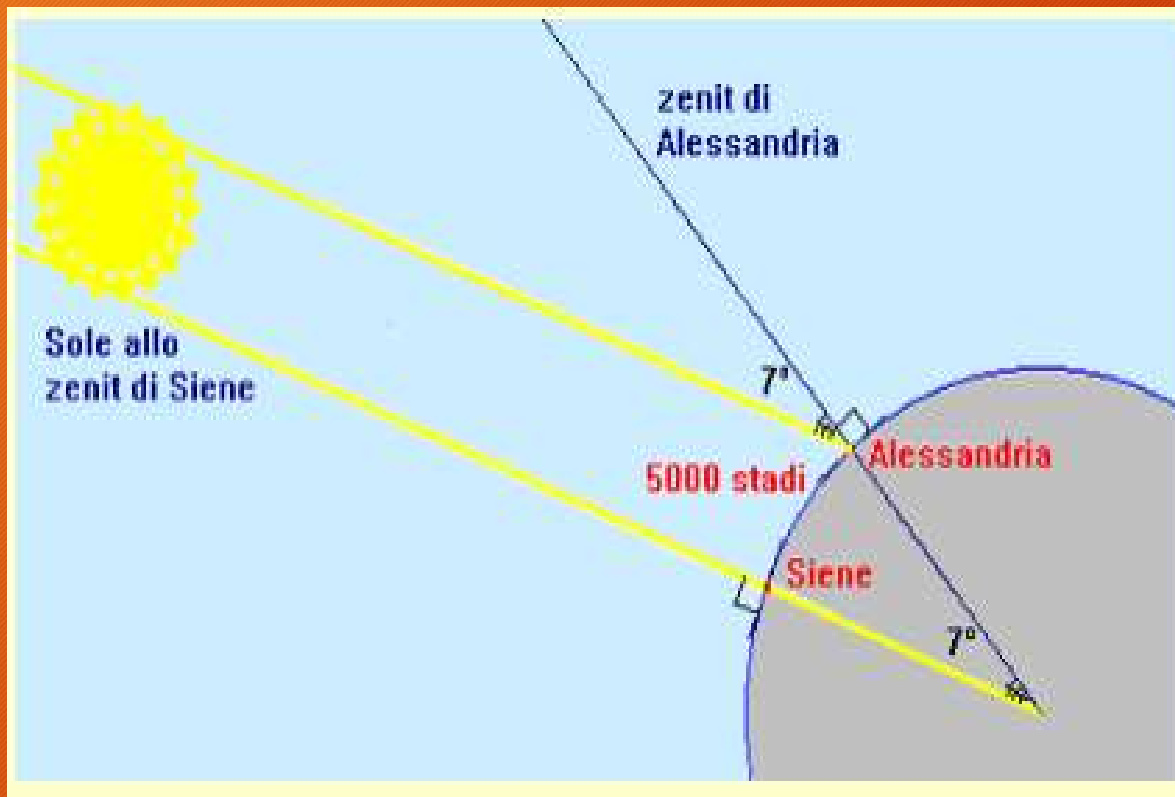


C= circonferenza terrestre

Proporzione

$$C : d = 360 : \alpha^\circ$$

Eratostene (276-197 a.C): Circonferenza della Terra



C= circonferenza terrestre

d= 5000 stadi = 787,5 Km

$\alpha = 7^\circ$

Proporzione

$C : d = 360^\circ : \alpha$

Eratostene

$360^\circ / 7^\circ = 51,43 = C/d$

$C = 51,43 \times 787,5 \text{ km} = 40500 \text{ km}$

Raggio Terrestre: 6378km

$C = 2\pi R = 6,28 \times 6370 \text{ km} = 40053 \text{ km}$

Errore% = $(40500 - 40053) / 40053 \times 100 = 1,1\%$

Studenti che ripetono la misura di Eratostene



Trigonometria

La Trigonometria è la matematica che studia i triangoli

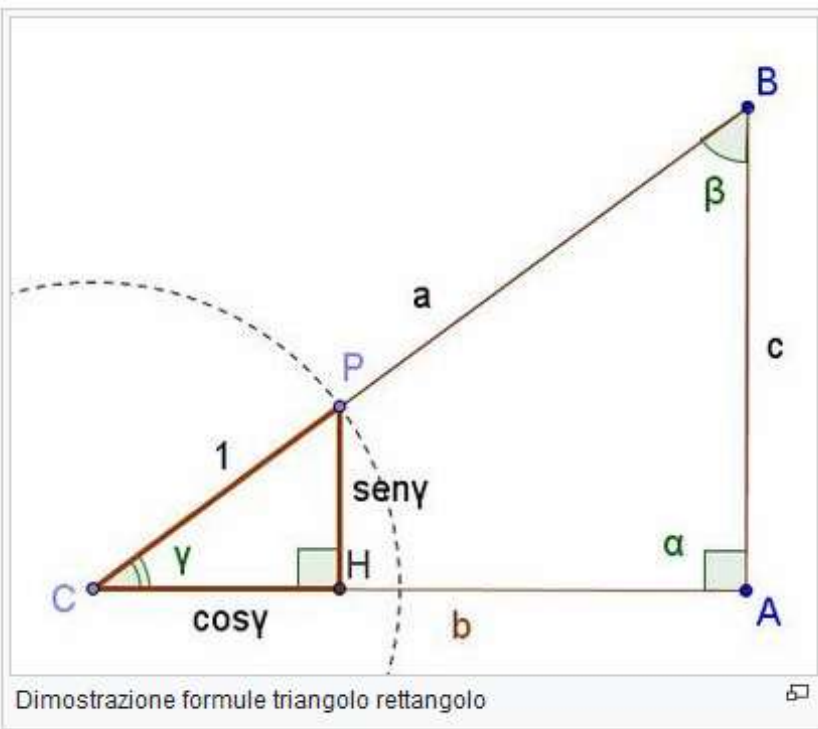
Consiste nel calcolare le misure che caratterizzano gli elementi di un triangolo (lati, angoli, ecc.) partendo da altre misure già note (almeno tre, di cui almeno una lunghezza), per mezzo di speciali funzioni.

Ipparco di Nicea (190-120 a.C)

Nome originale	<i>Níkaiα</i>
Localizzazione	
Stato attuale	 Turchia
Località	İzник
Coordinate	 40°25'44.4"N 29°43'10.2"E
Cartografia	
	

Astronomo greco noto per la scoperta della precessione degli equinozi (l'asse terrestre ruota ogni anno di 50'' in senso orario)

Seno e Coseno



ABC : Triangolo rettangolo

CPH : Triangolo rettangolo con ipotenusa pari a 1, da cui:

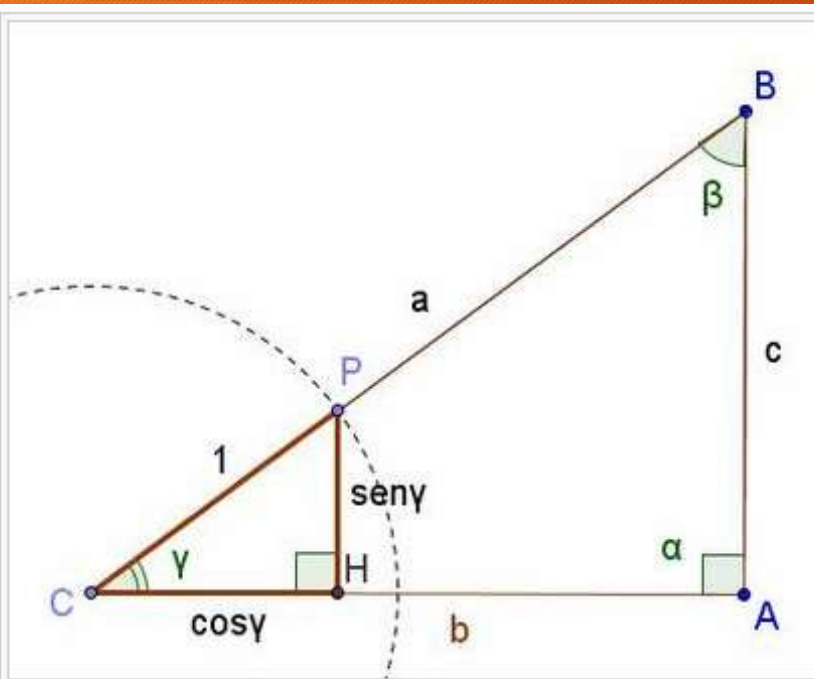
$$\overline{CP} = 1$$

$$\overline{PH} = \text{sen } \gamma < 1$$

$$\overline{CH} = \text{cos } \gamma < 1 \text{ o uguale a } 1$$

Mai > 1 !

Seno e Coseno



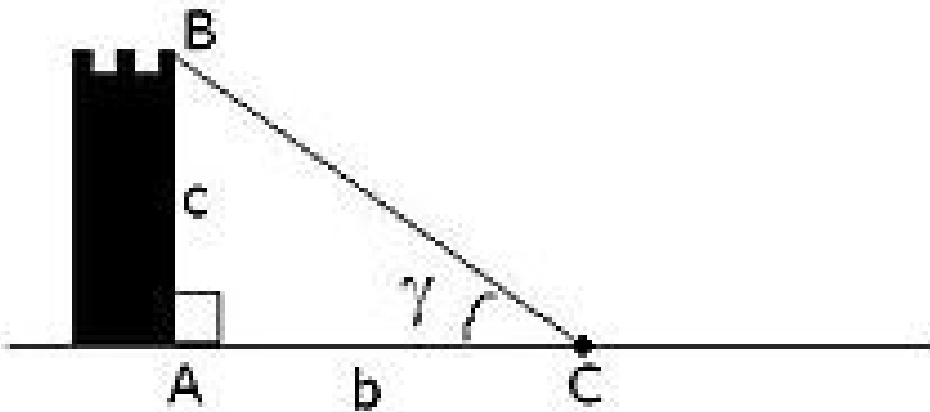
Dimostrazione formule triangolo rettangolo

$$\sin \gamma = \frac{PH}{PC} = \frac{BA}{BC} = \frac{c}{a}$$

$$\cos \gamma = \frac{HC}{PC} = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}$$

$$\tan \gamma = \frac{\sin \gamma}{\cos \gamma} = \frac{c}{b}$$

Seno e Coseno



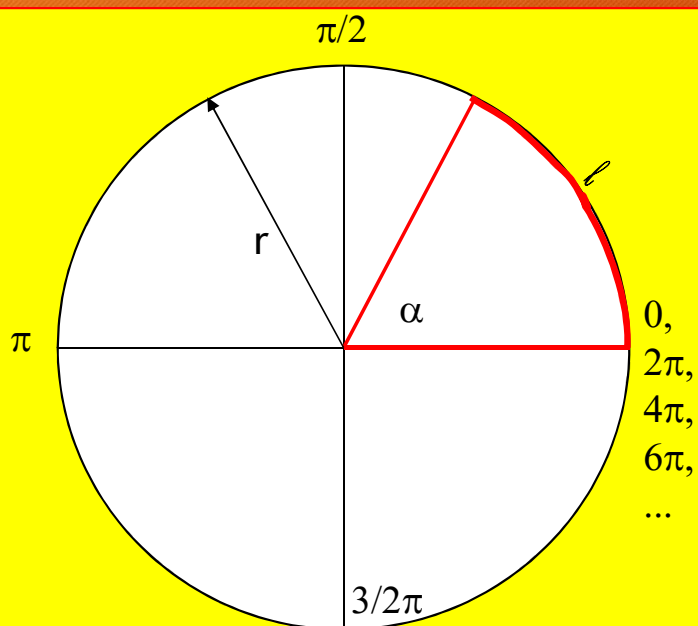
Calcolo altezza di una torre

Basta misurare il cateto b e dal punto C misurare l'angolo acuto γ sotto cui si vede la sommità della torre, B .

Applicando opportunamente le formule si ottiene

$$H_{\text{torre}} = c = b \tan \gamma$$

Perché l'angolo si misura in radianti?



Relazione

L'arco di circonferenza è proporzionale all'angolo ed è proporzionale al raggio

$$l = \alpha r$$

Se $\alpha = 2\pi$

$$l = 2\pi r = 6,28 r \text{ intera circonferenza}$$

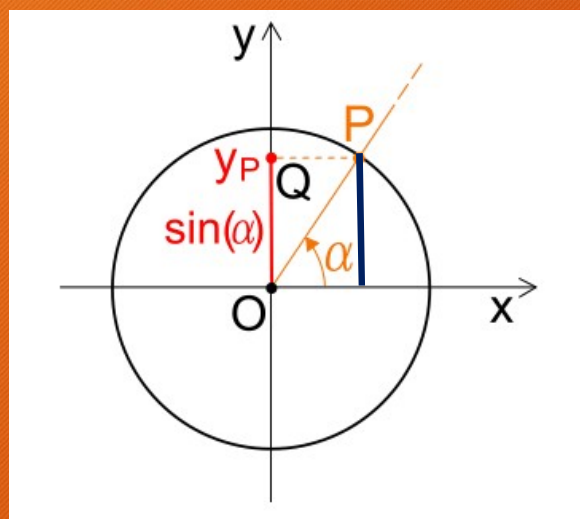
$$\text{con } r=1\text{m} \quad l = 6,28 \text{ m}$$

$$\text{Se } \alpha = \pi \quad l = \pi r = 3,14 r \text{ metà circonferenza}$$

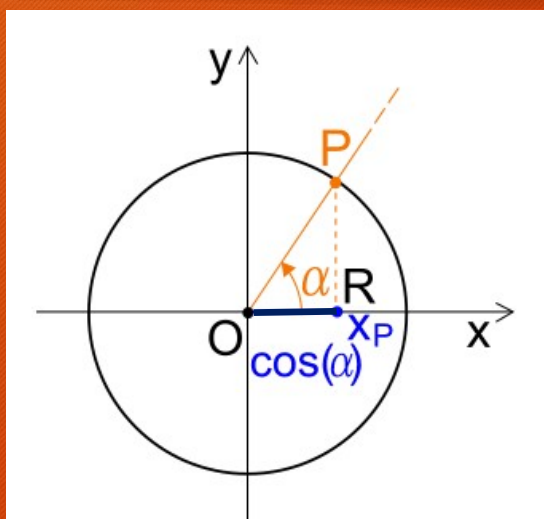
$$\text{Se } \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6} = \frac{3,14}{6} = 0,523 \quad l = 0,523 r$$

arco di circonferenza di 30°

Seno e Coseno



$$\sin(\alpha) = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{OQ}}{1} = \overline{OQ} = y_P$$



$$\cos(\alpha) = \frac{\overline{OR}}{\overline{OP}} = \overline{OR} = x_P$$

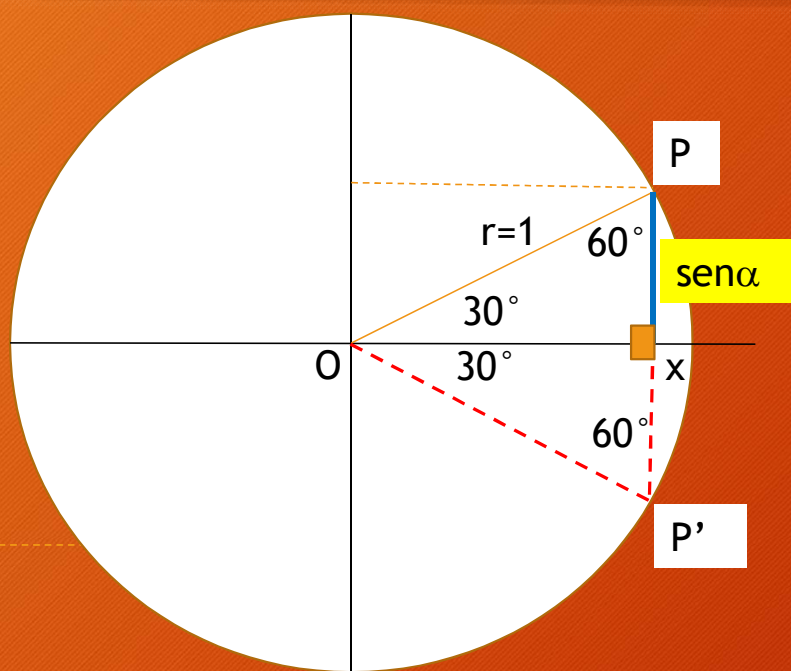
Prima relazione fondamentale

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1.$$

α (°)	α (rad)	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
0°	0	0	1
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0
180°	π	0	-1

e goniometriche: seno e coseno ...

Esempio: calcolo del Sen 30° e del Cos 30°



$$\text{sen } 30^\circ = \overline{PX}$$

$$r = \overline{PO} = 1$$

$$\overline{PP'} = 2 \overline{PX}$$

$$\overline{PP'} = r$$

$$\rightarrow 2 \overline{PX} = r; \quad \overline{PX} = \frac{r}{2} = \frac{1}{2} = \text{sen } 30^\circ$$

$$\text{Cos } 30^\circ = \overline{OX}$$

$$\text{sen}^2 30^\circ + \text{cos}^2 30^\circ = 1$$

$$\text{cos}^2 30^\circ = 1 - \text{sen}^2 30^\circ$$

$$\text{cos } 30^\circ = \sqrt{1 - \text{sen}^2 30^\circ} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

Seno e Coseno: Tabella

Gradi	Seno					
	0°	10°	20°	30°	40°	50°
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01454
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03199
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426
5	0,08716	0,09005	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507
12	0,20791	0,21076	0,21360	0,21644	0,21928	0,22212
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,27004	0,27284
16	0,27564	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625
18	0,30902	0,31179	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282
19	0,32557	0,32832	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40141	0,40408
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998
25	0,42262	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45140
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52745
32	0,52992	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65388
41	0,65608	0,65829	0,66049	0,66269	0,66488	0,66707
42	0,66925	0,67142	0,67359	0,67575	0,67791	0,67997
43	0,68212	0,68427	0,68642	0,68857	0,69071	0,69285
44	0,69498	0,69711	0,69924	0,70137	0,70350	0,70562
45	0,70774	0,70986	0,71198	0,71409	0,71620	0,71831
46	0,72042	0,72253	0,72464	0,72675	0,72885	0,73096
47	0,73306	0,73516	0,73726	0,73936	0,74146	0,74356
48	0,74566	0,74775	0,74985	0,75194	0,75403	0,75613
49	0,75822	0,76031	0,76240	0,76449	0,76658	0,76867
50	0,77076	0,77285	0,77494	0,77703	0,77912	0,78121
51	0,78330	0,78539	0,78748	0,78957	0,79166	0,79375
52	0,79584	0,79793	0,79992	0,80191	0,80390	0,80589
53	0,80788	0,80987	0,81186	0,81385	0,81584	0,81783
54	0,81982	0,82181	0,82380	0,82579	0,82778	0,82977
55	0,83176	0,83375	0,83574	0,83773	0,83972	0,84171
56	0,84370	0,84569	0,84768	0,84967	0,85166	0,85365
57	0,85564	0,85763	0,85962	0,86161	0,86360	0,86559
58	0,86758	0,86957	0,87156	0,87355	0,87554	0,87753
59	0,87952	0,88151	0,88350	0,88549	0,88748	0,88947
60	0,89146	0,89345	0,89544	0,89743	0,89942	0,90141
61	0,90340	0,90539	0,90738	0,90937	0,91136	0,91335
62	0,91534	0,91733	0,91932	0,92131	0,92330	0,92529
63	0,92728	0,92927	0,93126	0,93325	0,93524	0,93723
64	0,93922	0,94121	0,94320	0,94519	0,94718	0,94917
65	0,95116	0,95315	0,95514	0,95713	0,95912	0,96111
66	0,96310	0,96509	0,96708	0,96907	0,97106	0,97305
67	0,97504	0,97703	0,97902	0,98101	0,98300	0,98499
68	0,98698	0,98897	0,99096	0,99295	0,99494	0,99693
69	0,99892	0,99991	0,99990	0,99989	0,99988	0,99987
70	0,99986	0,99985	0,99984	0,99983	0,99982	0,99981
71	0,99980	0,99979	0,99978	0,99977	0,99976	0,99975
72	0,99974	0,99973	0,99972	0,99971	0,99970	0,99969
73	0,99968	0,99967	0,99966	0,99965	0,99964	0,99963
74	0,99962	0,99961	0,99960	0,99959	0,99958	0,99957
75	0,99956	0,99955	0,99954	0,99953	0,99952	0,99951
76	0,99950	0,99949	0,99948	0,99947	0,99946	0,99945
77	0,99944	0,99943	0,99942	0,99941	0,99940	0,99939
78	0,99938	0,99937	0,99936	0,99935	0,99934	0,99933
79	0,99932	0,99931	0,99930	0,99929	0,99928	0,99927
80	0,99926	0,99925	0,99924	0,99923	0,99922	0,99921
81	0,99920	0,99919	0,99918	0,99917	0,99916	0,99915
82	0,99914	0,99913	0,99912	0,99911	0,99910	0,99909
83	0,99908	0,99907	0,99906	0,99905	0,99904	0,99903
84	0,99902	0,99901	0,99900	0,99899	0,99898	0,99897
85	0,99896	0,99895	0,99894	0,99893	0,99892	0,99891
86	0,99890	0,99889	0,99888	0,99887	0,99886	0,99885
87	0,99884	0,99883	0,99882	0,99881	0,99880	0,99879
88	0,99878	0,99877	0,99876	0,99875	0,99874	0,99873
89	0,99872	0,99871	0,99870	0,99869	0,99868	0,99867
90	0,99866	0,99865	0,99864	0,99863	0,99862	0,99861
91	0,99860	0,99859	0,99858	0,99857	0,99856	0,99855
92	0,99854	0,99853	0,99852	0,99851	0,99850	0,99849
93	0,99848	0,99847	0,99846	0,99845	0,99844	0,99843
94	0,99842	0,99841	0,99840	0,99839	0,99838	0,99837
95	0,99836	0,99835	0,99834	0,99833	0,99832	0,99831
96	0,99830	0,99829	0,99828	0,99827	0,99826	0,99825
97	0,99824	0,99823	0,99822	0,99821	0,99820	0,99819
98	0,99818	0,99817	0,99816	0,99815	0,99814	0,99813
99	0,99812	0,99811	0,99810	0,99809	0,99808	0,99807
100	0,99806	0,99805	0,99804	0,99803	0,99802	0,99801

RICHIAMI DI TRIGONOMETRIA E TAB...

Seno e Coseno

Grafico della funzione seno

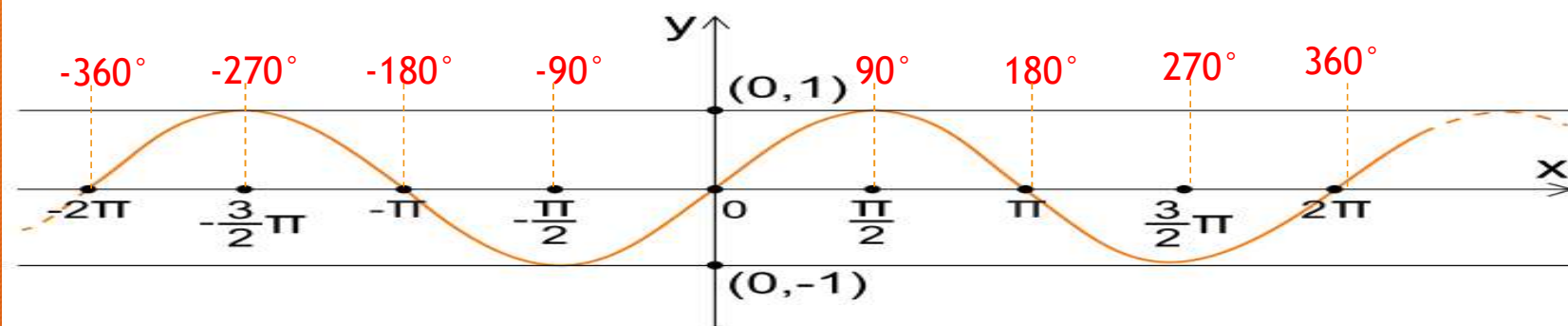
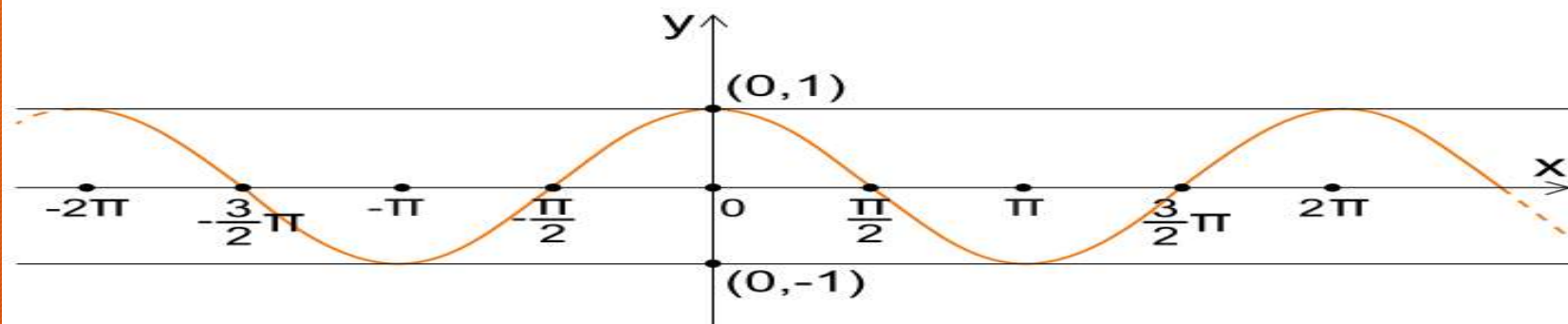


Grafico della funzione coseno



Tangente: rapporto tra Seno e Coseno

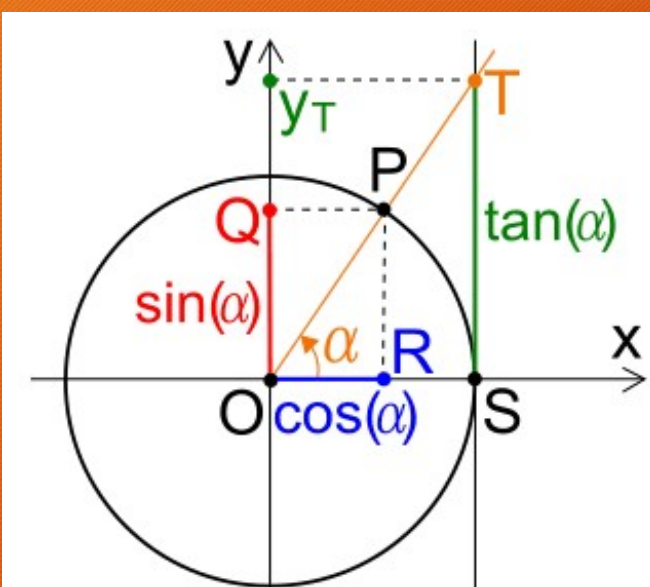
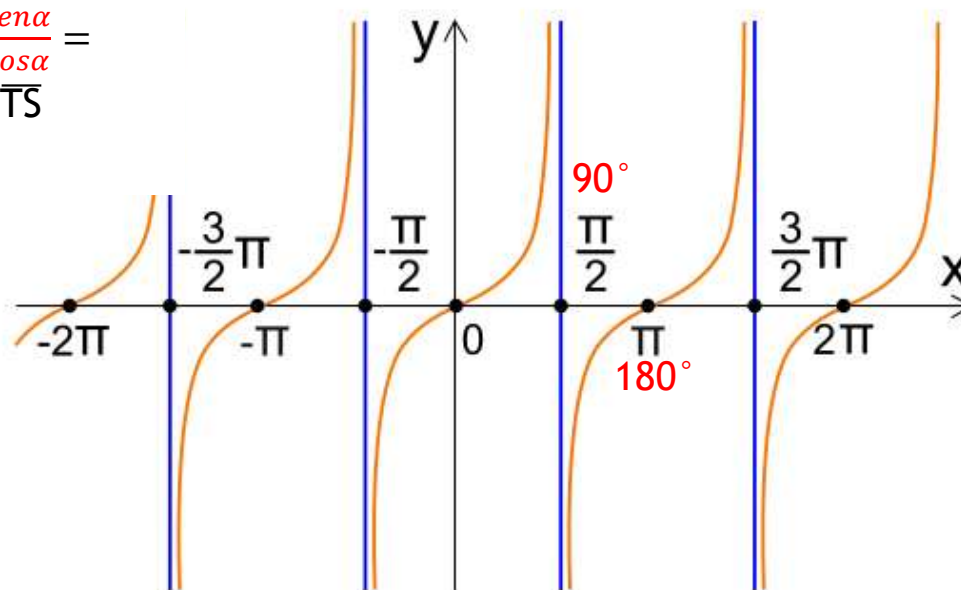
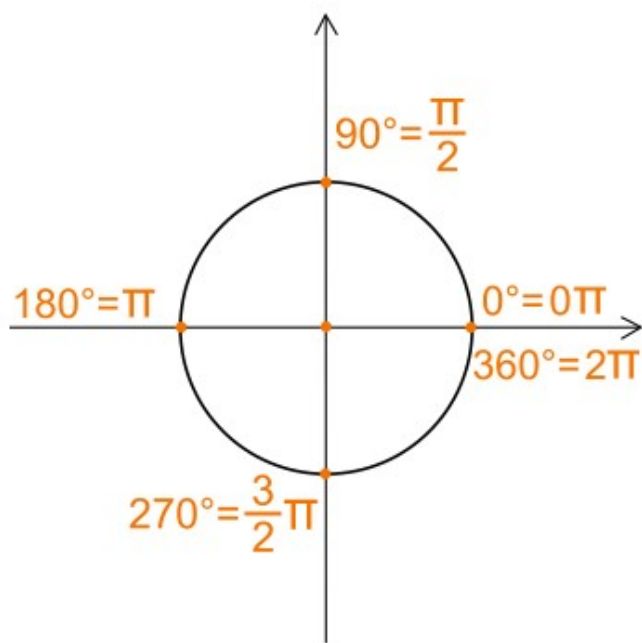


Grafico della funzione tangente

$$\tan \alpha = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha} = \frac{\overline{QS}}{\overline{OS}} = \frac{\overline{QS}}{1} = \overline{QS}$$



Angoli in radianti e in gradi



Relazione

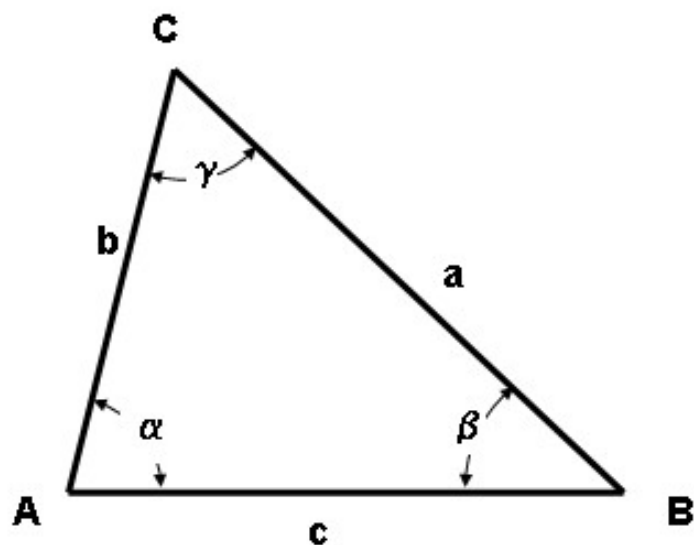
$$\pi : 180^\circ = \alpha_{\text{rad}} : \alpha^\circ$$

$$\alpha_{\text{rad}} = \frac{\pi}{180} * \alpha^\circ = \frac{1}{57,3} * \alpha^\circ$$

$$\alpha^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} * \alpha_{\text{rad}} = 57,3 * \alpha_{\text{rad}}$$

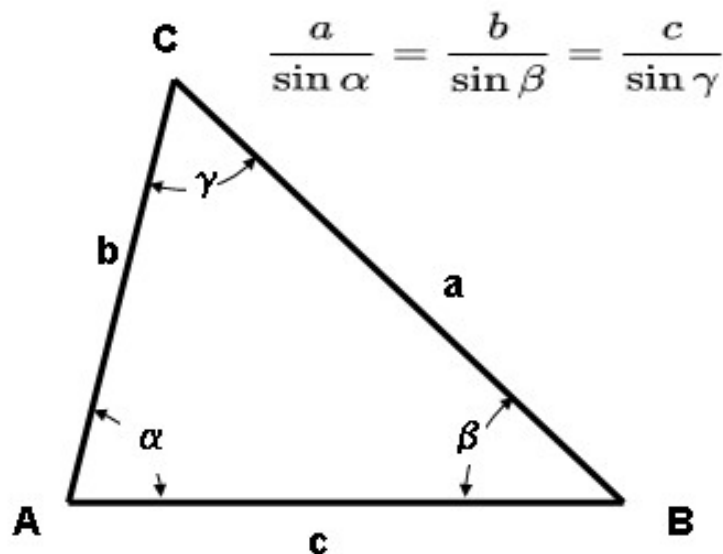
$$\alpha^\circ = 57,3 * 1_{\text{rad}} = 57,3^\circ$$

Teorema dei seni



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Applicazione del Teorema dei seni



Dati:

$$\alpha = 30^\circ; \beta = 70^\circ; c = 10 \text{ cm}$$

(tre dati di cui almeno una lunghezza)

Trovare:

$\gamma = ?$; $a = ?$; $b = ?$ Perimetro e Area

Soluzione:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$30^\circ + 70^\circ + \gamma = 180^\circ$$

$$100^\circ + \gamma = 180^\circ \rightarrow \gamma = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\sin 30^\circ = 0,5; \sin 70^\circ = 0,94; \sin 80^\circ = 0,98$$

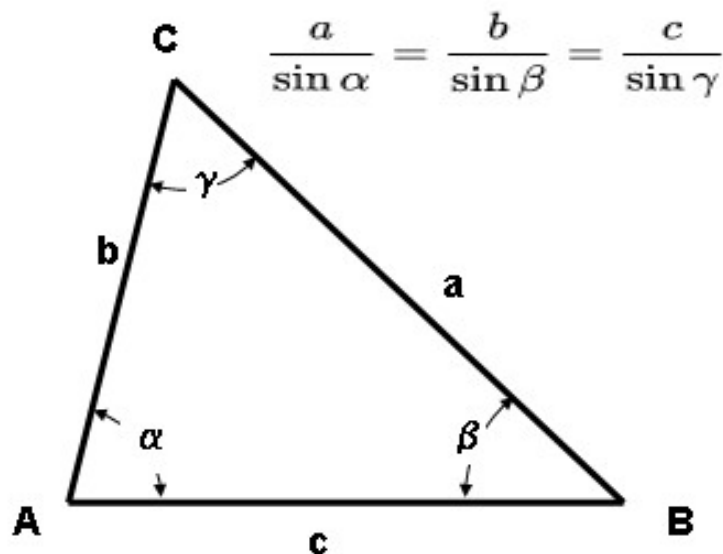
$$\frac{a}{\sin 30} = \frac{b}{\sin 70} = \frac{c}{\sin 80}$$

$$\frac{a}{0,5} = \frac{b}{0,94} = \frac{10 \text{ cm}}{0,98} = 10,20 \text{ cm}$$

$$\rightarrow a = 10,2 \cdot 0,5 \text{ cm} = 5,1 \text{ cm}$$

$$\rightarrow b = 10,2 \cdot 0,94 \text{ cm} = 9,59 \text{ cm}$$

Applicazione. Continua



Dati:

$$\alpha = 30^\circ; \beta = 70^\circ; c = 10 \text{ cm}$$

Trovare:

$\gamma = ?$; $a = ?$; $b = ?$ Perimetro e Area

Soluzione:

----- riporto:

$$a = 5,1 \text{ cm}; b = 9,59 \text{ cm}$$

$$\sin 30^\circ = 0,5; \sin 70^\circ = 0,94; \sin 80^\circ = 0,98$$

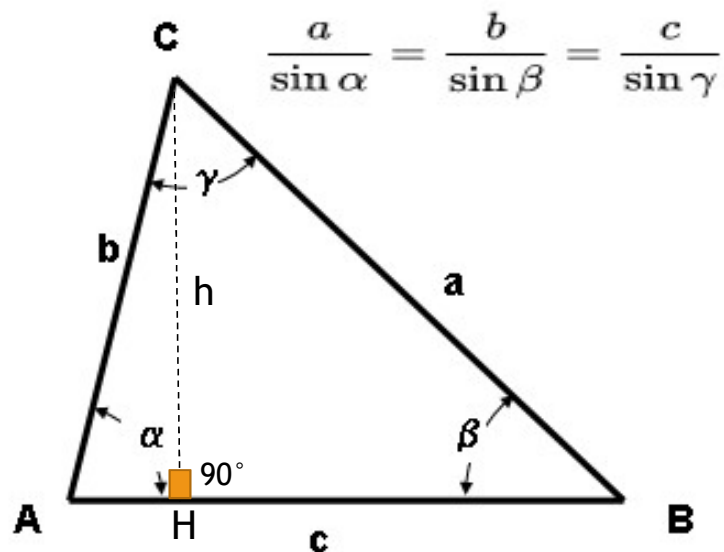
$$\text{Perimetro} = (5,1 + 9,59 + 10) \text{ cm} = 24,69 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\text{formula di Erone})$$

$$\text{semi-perimetro} = p = \frac{\text{Perimetro}}{2} = \frac{24,69}{2} \text{ cm} = 12,35 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Area} &= \sqrt{12,34(12,34 - 5,1)(12,34 - 9,59)(12,34 - 10)} \text{ cm}^2 = \\ &= \sqrt{12,34 * 7,24 * 2,75 * 2,34} \text{ cm}^2 = \sqrt{574,91} \text{ cm}^2 = \\ &= 23,98 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Area del triangolo con il Teorema dei seni



$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Dati:

$\alpha = 30^\circ$; $\beta = 70^\circ$; $c = 10 \text{ cm}$

----- riporto:

$a = 5,1 \text{ cm}$; $b = 9,59 \text{ cm}$

$\text{Area} = 23,98 \text{ cm}^2$ (Formula di Erone)

$$\text{Area} = \frac{\text{base} \times \text{altezza}}{2} = \frac{c \cdot h}{2}$$

$$\frac{b}{\sin 90^\circ} = \frac{h}{\sin \alpha}; \quad \frac{b}{\sin 90^\circ} = \frac{9,59 \text{ cm}}{1} = 9,59 \text{ cm}$$

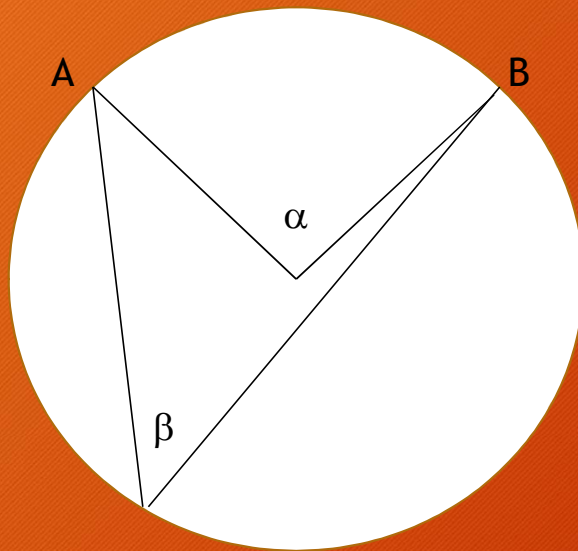
$$9,59 \text{ cm} = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{h}{0,5}$$

$$h = 9,59 \text{ cm} \cdot 0,5 = 4,8 \text{ cm}$$

$$\text{Area} = \frac{\text{base} \times \text{altezza}}{2} = \frac{c \cdot h}{2} = \frac{10 \cdot 4,8}{2} \text{ cm}^2 = 24 \text{ cm}^2$$

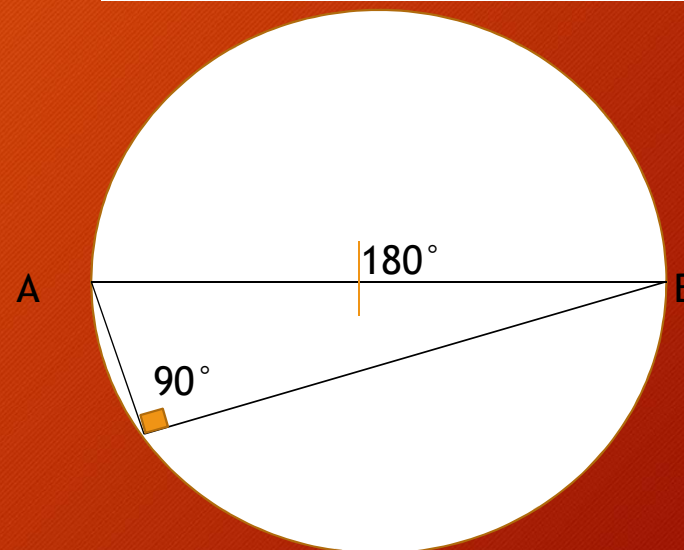
Dimostrazione del teorema dei seni: ripasso sugli angoli alla circonferenza e al centro

$$\alpha = 2\beta$$



Tutti gli angoli alla circonferenza sono uguali poiché l'angolo al centro è sempre lo stesso ed è il doppio dell'angolo alla circonferenza.

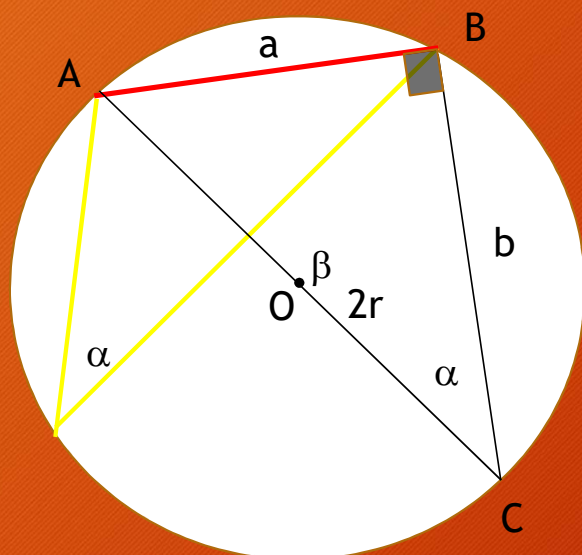
Un triangolo inscritto in una semicirconferenza è sempre Rettangolo



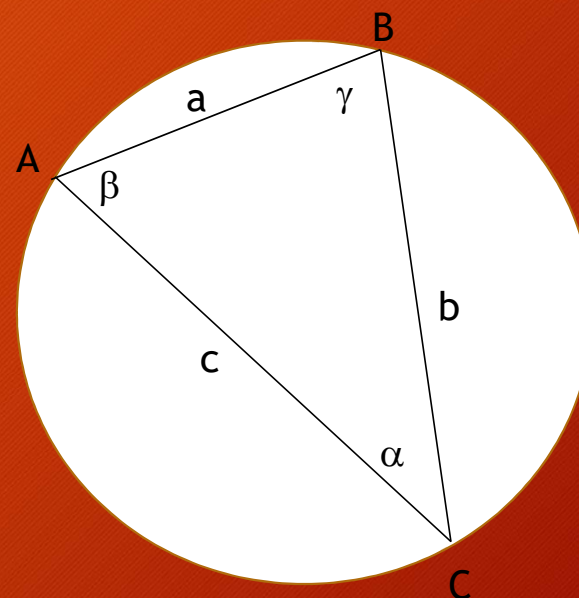
Dimostrazione del teorema dei seni: Teorema della Corda

$$\sin \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{a}{2r}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = 2r$$



Teorema dei seni

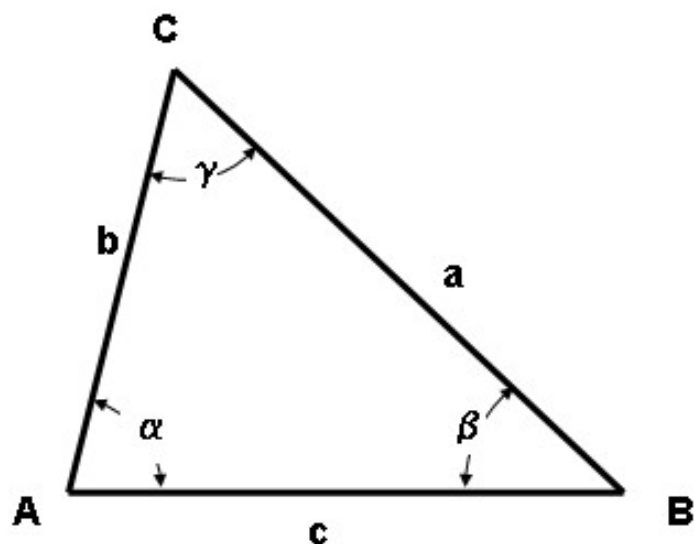


$$2r = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$2r = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$2r = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Teorema di Carnot



Dati i tre lati determinare gli angoli

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \rightarrow \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \rightarrow \cos \gamma = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

E' una generalizzazione del teorema di Pitagora perché si applica a tutti i triangoli.

Teorema non dimostrato

Aristarco di Samo (310-230 a.C)

Opere

2.1 La teoria eliocentrica

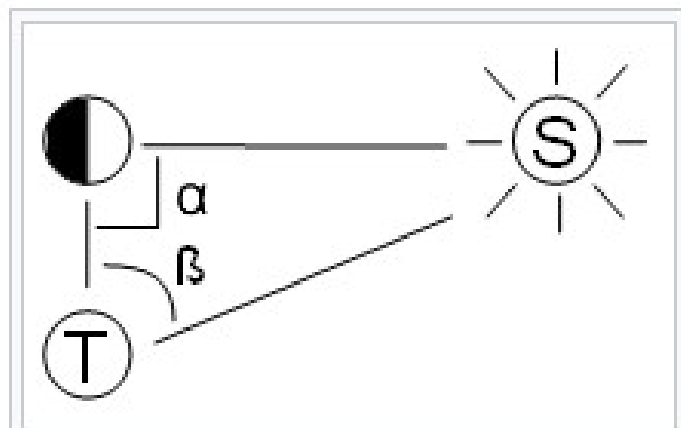
2.2 *Dimensioni e distanze del Sole e della Luna*

Nato a [Samo](#), una delle maggiori isole in prossimità della costa della [Ionia](#), Aristarco studiò ad [Alessandria](#), dove ebbe come maestro [Stratone di Lampsaco](#).

Per le sue teorie si diceva che meritasse la condanna per empietà, come riporta [Giacomo Leopardi](#) nella sua *Storia dell'astronomia*:

«Altro astronomo greco fu Aristarco, vissuto, come credesi, verso il 264 avanti Gesù Cristo, benché considerevolmente più antico lo facciano il Fromondo e il Simmler presso il Vossio, ripresi però dal Fabricio. Di lui fecer menzione [Vitruvio](#), [Tolomeo](#) e [Varrone](#) presso [Gellio](#) nel quale, in luogo di Aristide Samio, è da leggersi Aristarco. Egli determinò la distanza del Sole dalla Terra, che egli credé 19 volte maggiore di quella della Terra medesima dalla Luna e trovò la distanza della Terra dalla Luna, di 56 semidiametri del nostro globo. Credette che il diametro del sole fosse non più che 6 o 7 volte maggiore di quello della Terra e che quello della Luna fosse circa un terzo di quello della Terra medesima. Fu dogma di Aristarco il moto della Terra, ed egli, per tale opinione, reputossi da [Cleante](#) reo di empietà, quasi avesse turbato il riposo dei [Lari](#) e di [Vesta](#). Sembra che [Plutarco](#) asserisca essere stato Cleante e non Aristarco il fautore del moto della Terra, così leggesi nel suo libro *De facie in orbe Lunae*.»

Distanze del Sole e della Luna



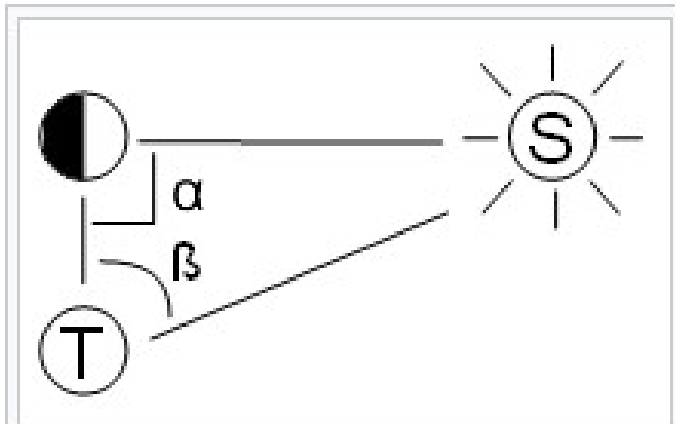
Terra, Luna e Sole durante una quadratura

Quando la Luna è in quadratura, ossia è illuminata per metà, essa, con la Terra e il Sole, forma il triangolo rettangolo mostrato in figura. Misurando in tale condizione l'angolo β compreso tra la direzione Terra-Sole e la direzione Terra-Luna è possibile calcolare il rapporto tra le loro distanze mediante ragionamenti di tipo geometrico. Il problema risolto da Aristarco, di calcolare (o meglio, stimare sia per eccesso che per difetto) il rapporto tra i cateti di un triangolo del quale si conoscono gli angoli, equivale in termini attuali a calcolare, o stimare, la tangente trigonometrica di un angolo. L'opera di Aristarco può pertanto essere considerata una delle prime opere di trigonometria[[]

$$\tan \beta = \text{distanza Luna-Sole} / \text{distanza Luna-Terra}$$

Aristarco stimò il rapporto tra le distanze Luna-Sole e Luna-Terra fosse compreso tra 18 e 20, pari ad un angolo di 87° , mentre il rapporto tra le distanze medie è in realtà circa 400.

Distanze del Sole e della Luna



Terra, Luna e Sole durante una quadratura

Distanza Sole -Terra= 150 milioni di km = $150 \cdot 10^6$ km

Distanza Luna -Terra= 384400 km = $3,844 \cdot 10^5$ km

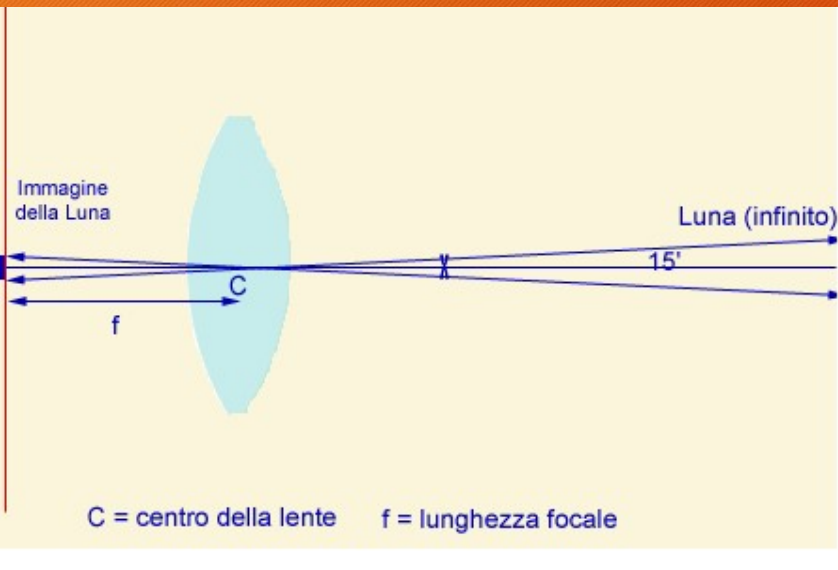
$$\cos \beta = \frac{\text{Luna} - \text{Terra}}{\text{Sole} - \text{Terra}} = \frac{3,844 \cdot 10^5}{150 \cdot 10^6} = 0,00256$$

$$\beta = \cos^{-1}(\cos \beta) = \cos^{-1} 0,00256 = 89,853^\circ$$

$$\tan \beta = \tan 89,853^\circ = 389,77 = \frac{\text{Luna} - \text{Sole}}{\text{Luna} - \text{Terra}}$$

$$\text{Luna} - \text{Sole} = 389,77 \cdot \text{Luna} - \text{Terra} = 389,77 \cdot 384400 \text{ km} = 149827588 \text{ km} = 149,83 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Macchina fotografica



Se la distanza dell'oggetto inquadrato dalla macchina fotografica è ad una distanza maggiore di 10 volte la distanza focale dell'obiettivo, allora l'immagine si forma (approssimativamente) sul piano focale

Osservando la figura ricaviamo che

$$\tan 15' = \tan 0,25^\circ = \frac{\text{metà immagine}}{\text{focale}} = 0,00436$$

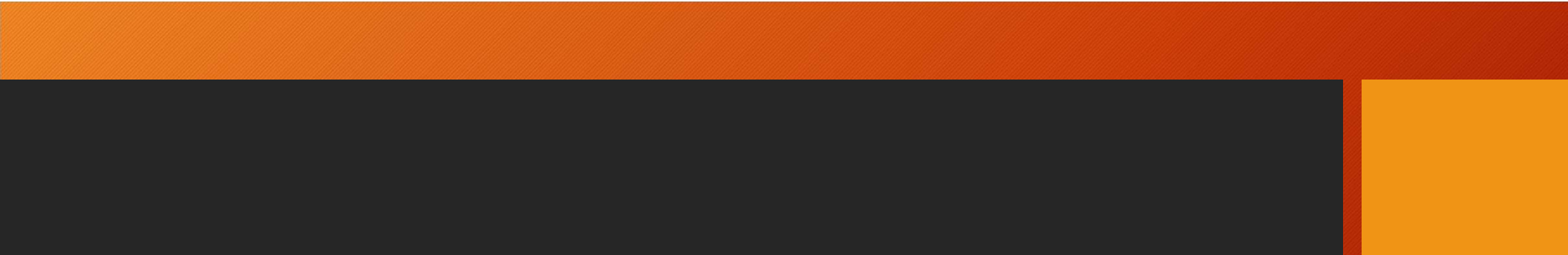
$$\text{Immagine} = 2 * 0,00436 * \text{focale} = 0,00872 * \text{focale}$$

se la focale è 50mm l'immagine è $0,00872 * 50\text{mm} = 0,4\text{mm}$

se la focale è 300mm l'immagine è $0,00872 * 300\text{mm} = 2,6\text{mm}$

Con una macchina fotografica 36x24, full frame, la massima dimensione per non tagliare l'immagine è 24mm- La massima focale potrà essere:

$$f = 24\text{mm} / 0,00872 = 2752\text{mm}$$



Grazie

