

TRIANGOLO DI TARTAGLIA



Niccolò Fontana, anche noto
come Niccolò Tartaglia a causa
della sua balbuzie.

matematico italiano,
nato a Brescia nel 1499 circa
morto a Venezia il
13 dicembre 1557

Durante il Sacco di Brescia da parte dei Francesi, 19 febbraio 1512, Niccolò subì una frattura al cranio e lesioni a mascella e palato. Sopravvisse grazie alle cure della madre, ma gli rimase una evidente difficoltà ad articolare le parole. Per questo ebbe il soprannome "Tartaglia" che accettò e lui stesso utilizzò tutta la vita per firmare le sue opere.

A Verona fu insegnante di matematica dal 1521, grazie alla sua abilità nella disciplina.

Diede un importante contributo alla diffusione delle opere dei matematici antichi.

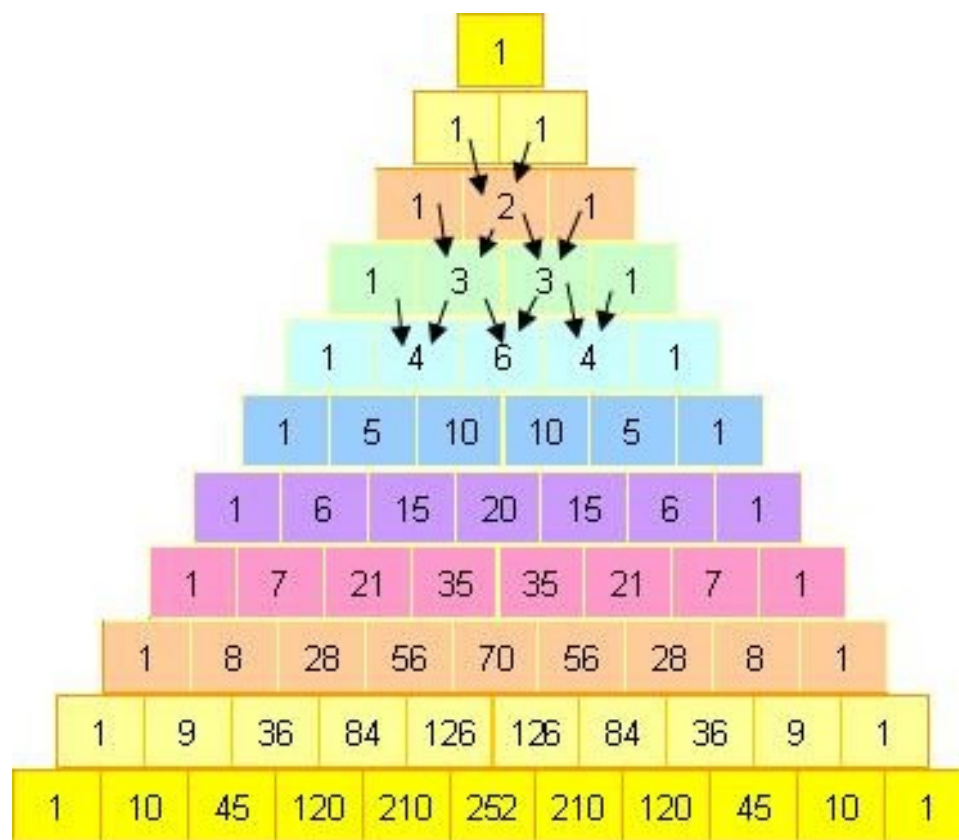
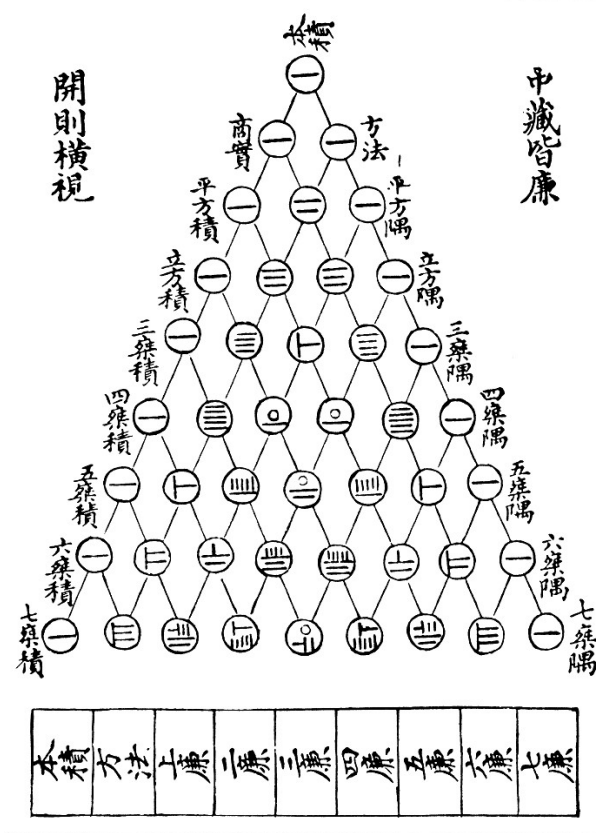
Sua è la prima traduzione dal latino in italiano degli Elementi di Euclide (1543),

trovò la formula risolvante per le equazioni di terzo grado,

nel 1556 scrisse il "*General trattato di numeri et misure*", opera enciclopedica di matematica elementare, dove compare il famoso « Triangolo di Tartaglia »

Il triangolo era già noto prima di Tartaglia ai cinesi.

古法七葉圖



Il triangolo tra i matematici europei

- In Francia e successivamente anche nel mondo anglosassone, il Triangolo prende il nome da Blaise Pascal , che un secolo dopo, nel 1654 , ne fece grande uso nei suoi studi sulla probabilità.
- In Germania invece è comunemente attribuito a Michael Stifel che ne scrisse nel 1544 .

Significato filosofico

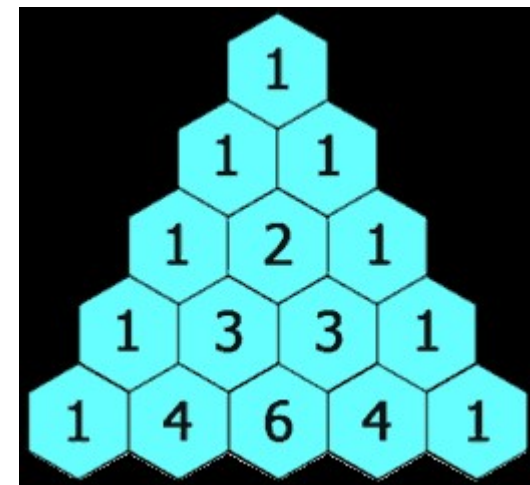
- Nel triangolo è presente "1" al primo livello, due volte "1" al secondo e poi gli altri numeri. Ciò rappresenta nei numeri il passaggio dall'Uno alla Diade, tipicamente platonico. La Diade del secondo livello deriva da uno sdoppiamento dell'Uno.
- Questa riflessione sulla natura, tipicamente rinascimentale, venne ispirata dal neoplatonismo.

Per cosa si utilizza

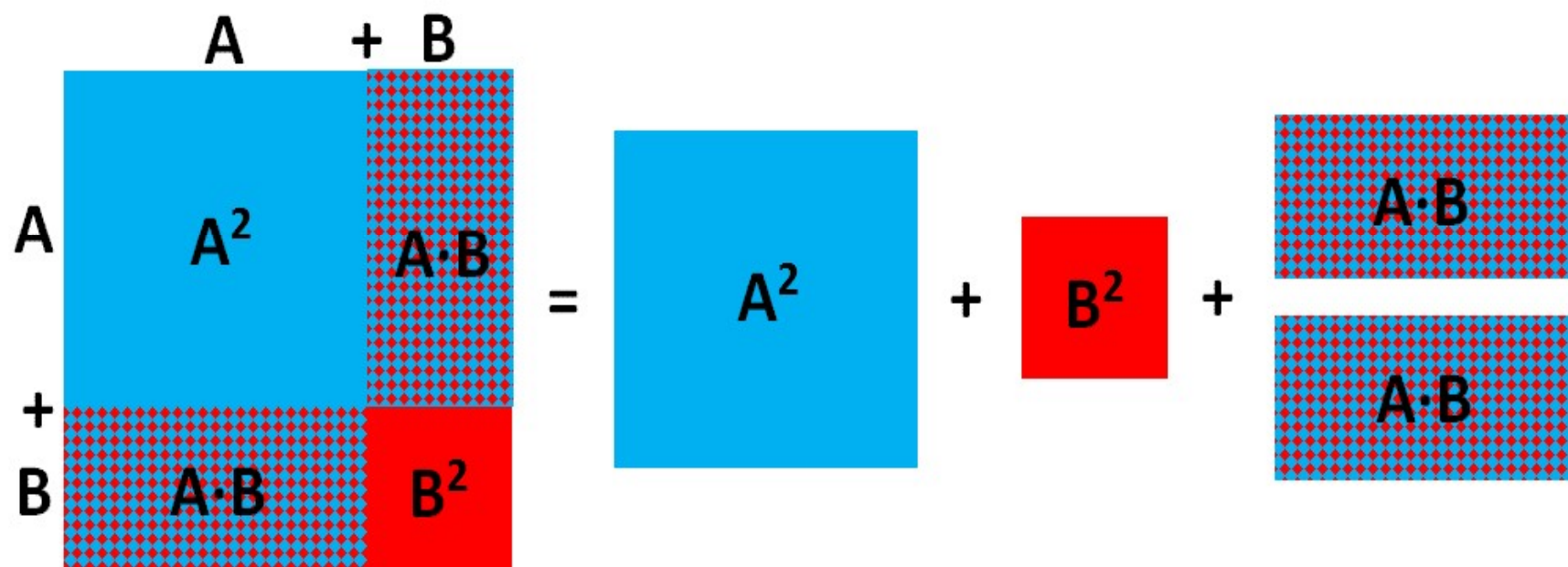
- E' una disposizione geometrica dei coefficienti binomiali, ossia dei coefficienti dello sviluppo del binomio $(a + b)$ elevato ad una qualsiasi potenza, a forma di triangolo.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

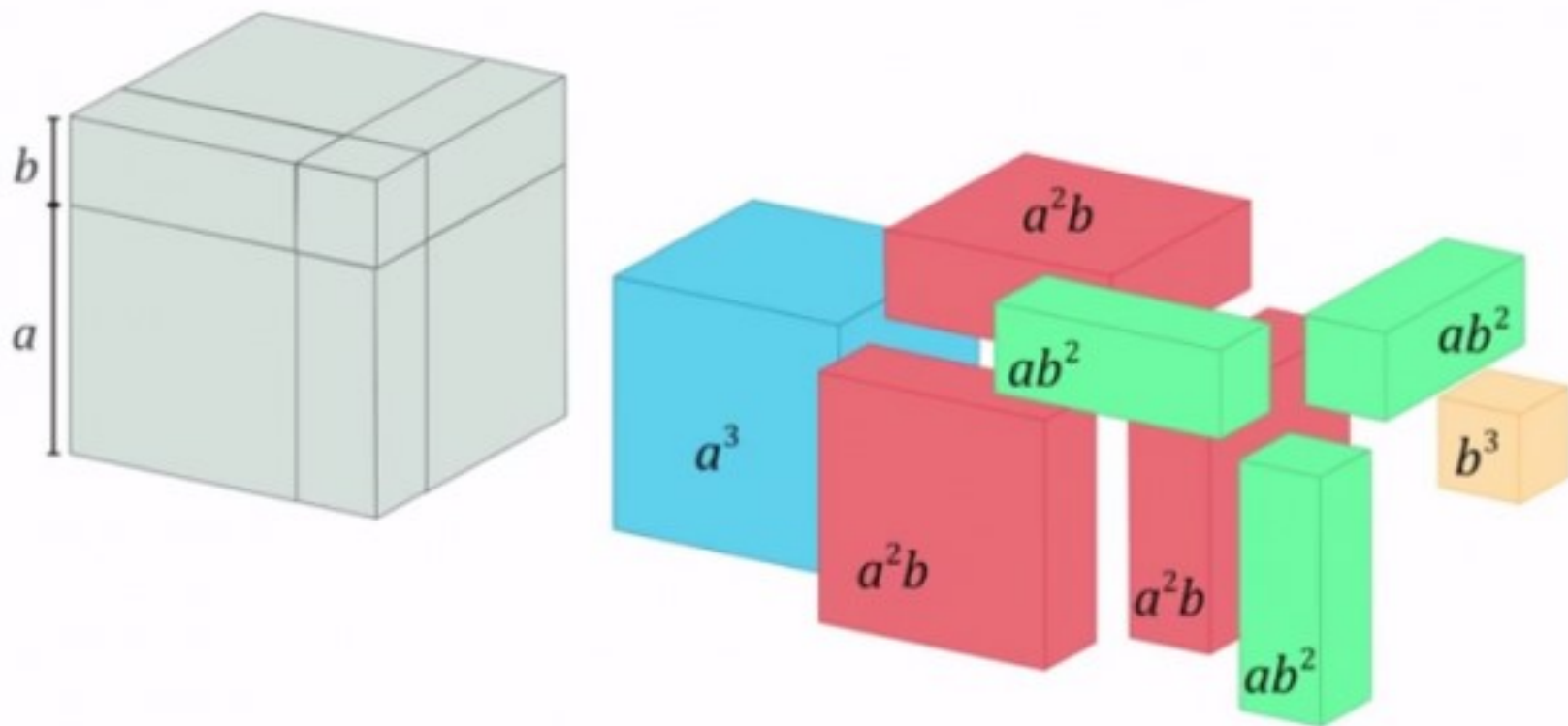


Significato geometrico del quadrato di un binomio



Significato geometrico del cubo del binomio

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$



Proprietà 1

- Somma delle righe

Si può notare che:

$$1 = 1$$

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 + 1 = 4$$

$$1 + 3 + 3 + 1 = 8$$

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$$

cioè che la somma della n -esima riga è 2^n

Dimostriamola

- Ciò si può dimostrare molto facilmente osservando che la somma della prima riga è ovviamente 1 e che, data una riga, ogni numero della riga successiva si ottiene sommando i due numeri superiori e che ogni numero superiore viene utilizzato due volte per cui, indicando con S_n la somma della riga n , risulta $S_n = S_{n-1} \times 2$

Proprietà 2

- **Differenza nelle righe**

Si può notare che:

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - 2 + 1 = 0$$

$$1 - 3 + 3 - 1 = 0$$

$$1 - 4 + 6 - 4 + 1 = 0$$

La somma dei numeri in posto dispari (1°, 3°, 5°,...) meno la somma dei numeri al posto pari (2°, 4°, 6°,...) dà zero. Per le righe con un numero pari di elementi, questo è ovvio in quanto il triangolo è simmetrico

$$1 - 1 = 0 \quad 1 - 2 + 1 = 0 \quad 1 - 3 + 3 - 1 = 0 \quad 1 - 4 + 6 - 4 + 1 = 0$$

Proprietà 3

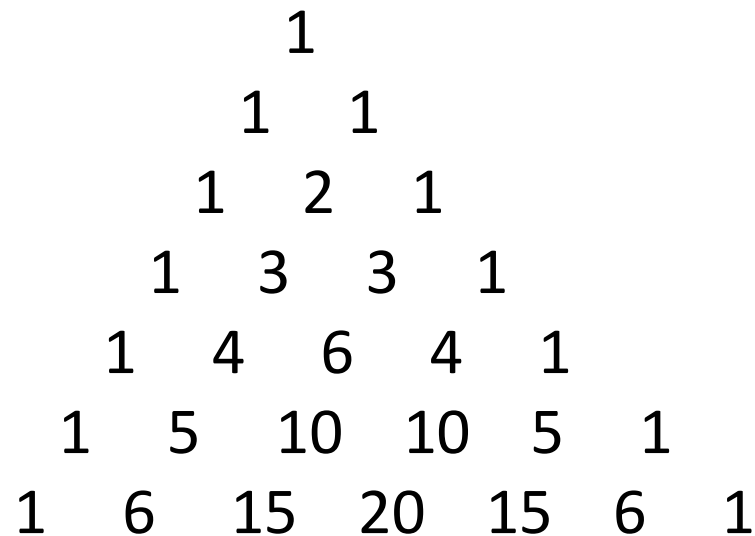
- **Potenze di undici**

1	1
1 1	11
1 2 1	121
1 3 3 1	1.331
1 4 6 4 1	14.641
1 5 10 10 5 1	161.051

Proprietà 4

- **Somma delle diagonali**

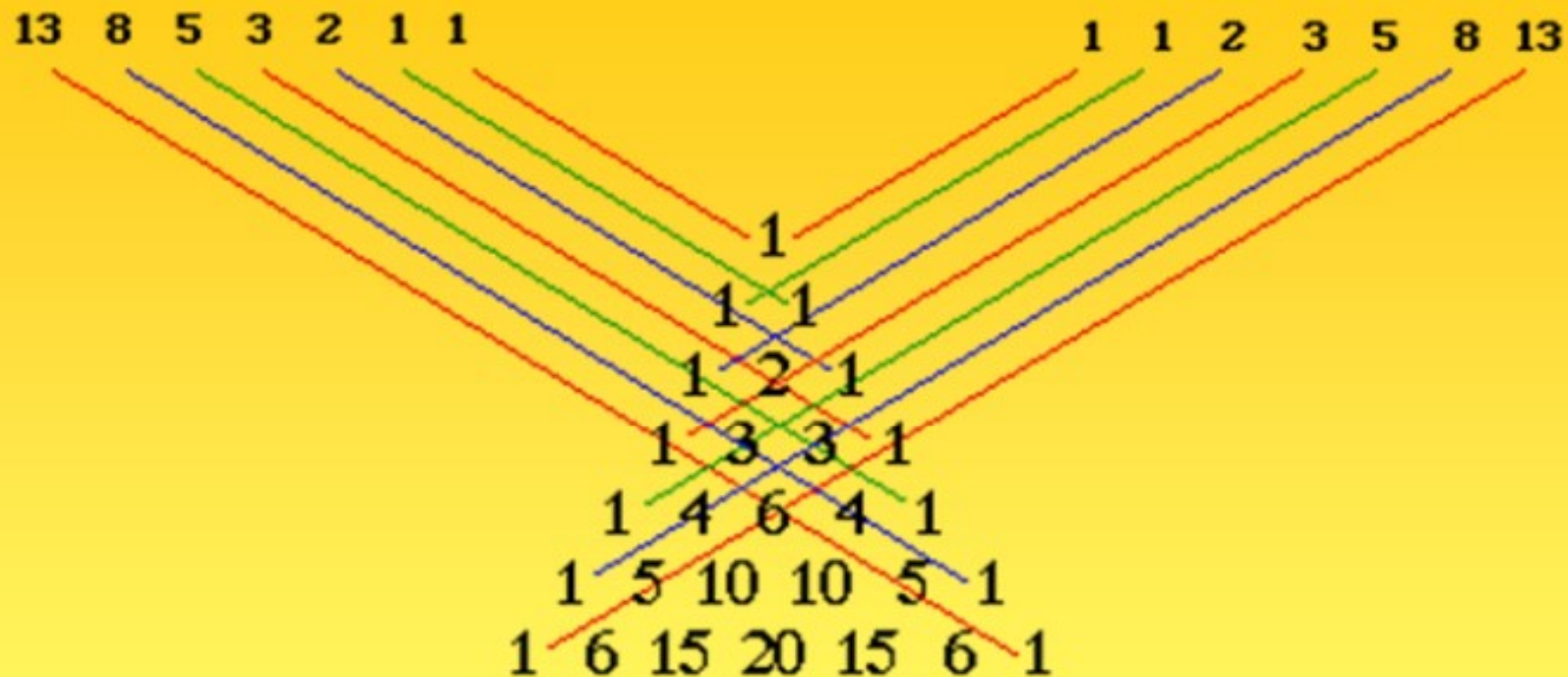
Prendiamo una porzione del triangolo:



Sommando i numeri su una diagonale ($1+3+6+10$) otteniamo il numero adiacente al prossimo sulla diagonale (20).

Comunemente viene indicato con il nome di "Identità della mazza da hockey"

Proprietà 5



Successione di Fibonacci

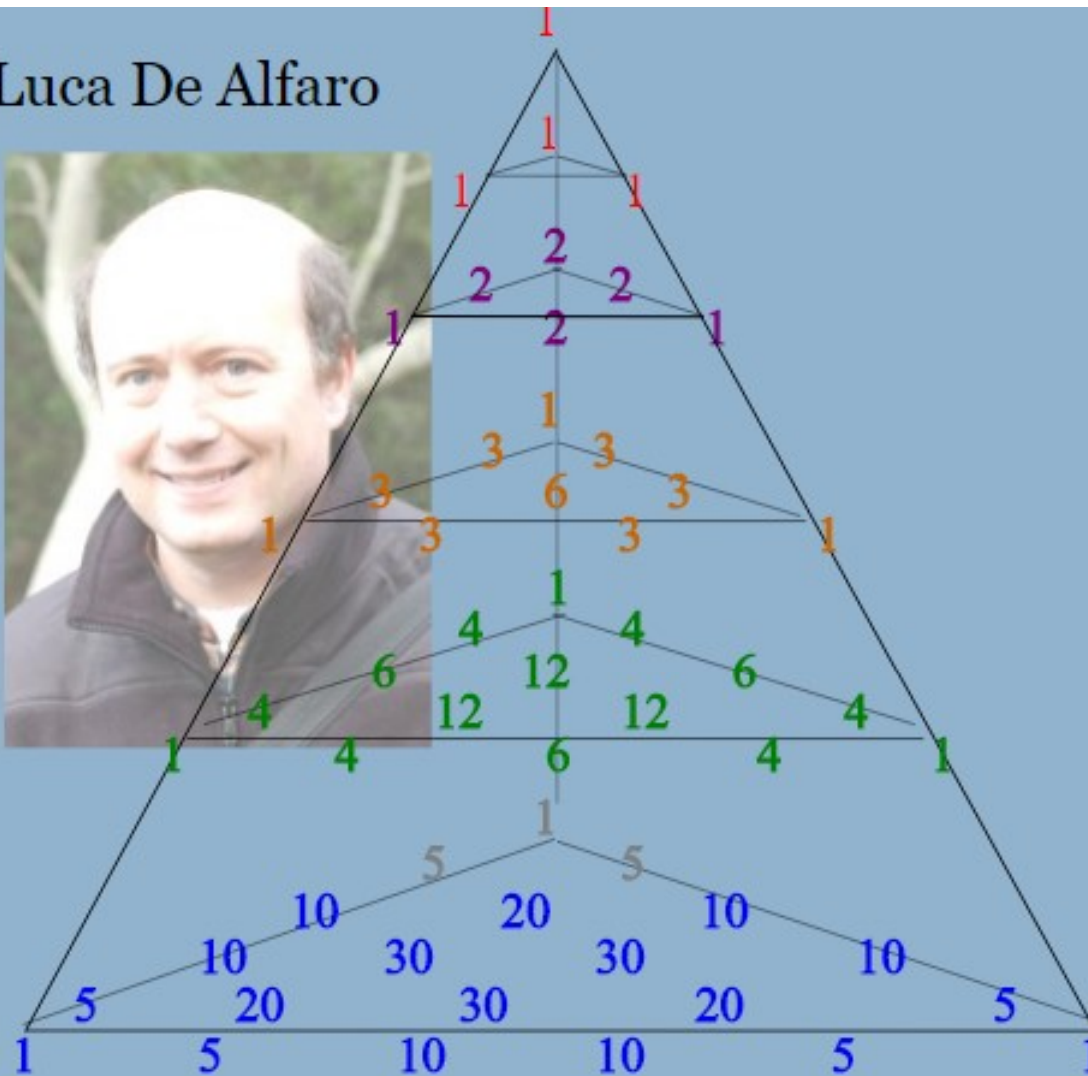
- <http://slideplayer.it/slide/5323692/>

Due piroscafi A e B sono partiti insieme per un viaggio di 6000 miglia all'andata e altrettanti al ritorno.

Il piroscafo A mantiene una velocità di 8 miglia all'ora nell'andata e 12 miglia all'ora nel ritorno; il piroscafo B mantiene una velocità costante di 10 miglia all'ora. Arrivano essi insieme al luogo di partenza?



Luca De Alfaro



La *Piramide di Tartaglia*, un tetraedro che ha come numero generatore 1. Gli altri numeri sono la somma dei tre numeri sovrastanti. Il numero di punti, al livello n , è la somma dei quadrati da 1 a n^2 : $1 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$

$$(a + b + c)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 + 4b^3c + 6b^2c^2 + 4bc^3 + c^4 + 4ac^3 + 6a^2c^2 + 4a^3c + 12a^2bc + 12ab^2c + 12abc^2$$



Due fratelli avevano insieme 40 soldi; se li divisero; il primo con venti soldi compera delle uova ad 1 soldo l'uno e le vende a 2 soldi; il secondo compra delle uova a due soldi l'uno e li rivende a 1 soldo; poi rimettono insieme i loro soldi. Hanno guadagnato?

Guadagnarono 10 soldi

Questo problema, con altri seguenti, trovasi nel *General Trattato di numeri et misure*, di Tartaglia, illustre matematico, nato a Brescia nel 1506, morto a Venezia nel 1557.

Giuseppe Peano, *Giochi di Aritmetica e problemi interessanti*, Paravia, 1924

La Torre di Hanoi

- Narra la leggenda che nel grande tempio di **Benares**, in **India**, sotto la cupola che indica il centro del mondo, si trovi una lastra di bronzo sulla quale sono stati fissati **tre pioli di diamante**.
- Su uno di questi pioli, al momento della creazione, Dio infilò **sessantaquattro dischi di oro puro**, il più grande a contatto diretto con la lastra di bronzo e poi via via gli altri fino ad arrivare al più piccolo in cima. È la **Torre di Brahma**.

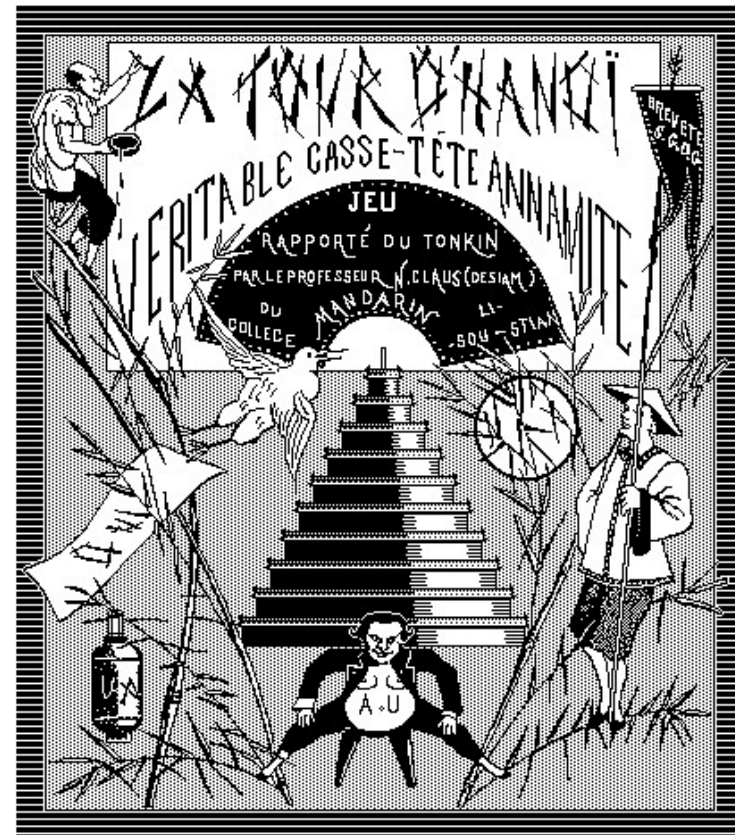
- Notte e giorno, senza sosta, i monaci trasferiscono i dischi da un piolo di diamante all'altro in conformità alle leggi fisse e immutabili di Brahma, per cui **non si deve spostare più di un disco alla volta e bisogna infilarlo nell'altro piolo in modo tale che nessun altro disco più piccolo si trovi al di sotto.**

Quando i sessantaquattro dischi saranno trasferiti nella corretta successione dal piolo in cui Dio li ha collocati a uno degli altri, **la Torre, il tempio e i brahmani diverranno polvere** e, con un gran **fragore**, arriverà la fine del mondo.

Un po' di storia

- In realtà, il rompicapo della **Torre di Hanoi** fu inventato nel 1883 dal matematico francese **Édouard Lucas**, che lo chiamò "La Tour d'Hanoi".

Come è indicato nella scatola originale del gioco



- il rompicapo fu importato da Tonchino dal professor N. Claus originario del Siam, mandarino della Scuola "Li-Sou-Stian".
Ma tutto questo gioco di parole risultò essere nient'altro che l'anagramma di Lucas d'Amiens, della scuola di Saint-Louis, nella quale insegnava.
Anche la leggenda del tempio di Benares fu inventata da Lucas e pensata per suscitare interesse e aggiungere fascino al gioco.

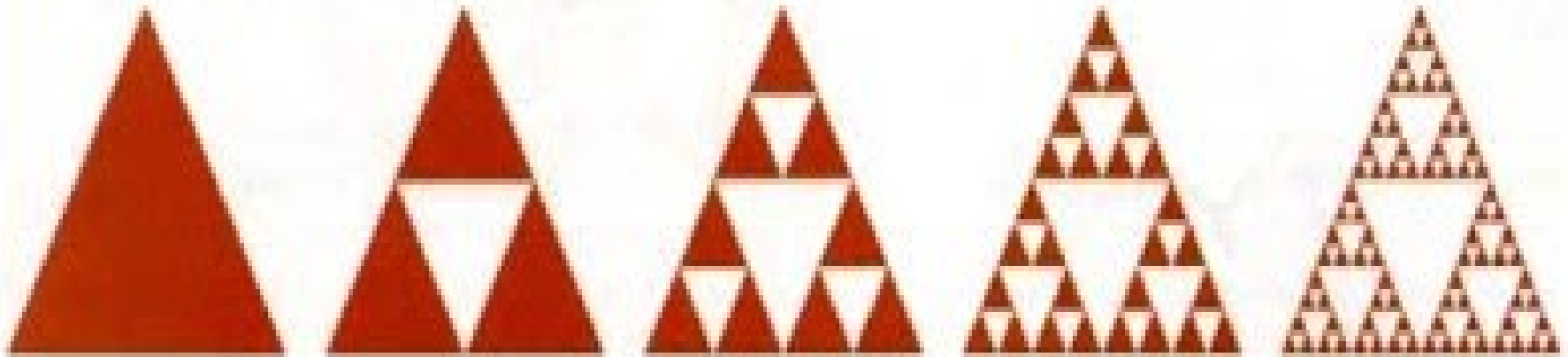
Una torre frattale

Esiste una sorprendente relazione tra la Torre di Hanoi e il curioso oggetto frattale denominato triangolo di Sierpinski.

Un triangolo frattale

Il triangolo di Sierpinski è una figura geometrica appartenente alla famiglia dei frattali che si ottiene con infiniti reiterati passaggi da una medesima opera-

zione, in questo caso la formazione di triangoli sempre più piccoli. Il triangolo di Sierpinski è quello che si ottiene dopo infinite ripetizioni del procedimento.

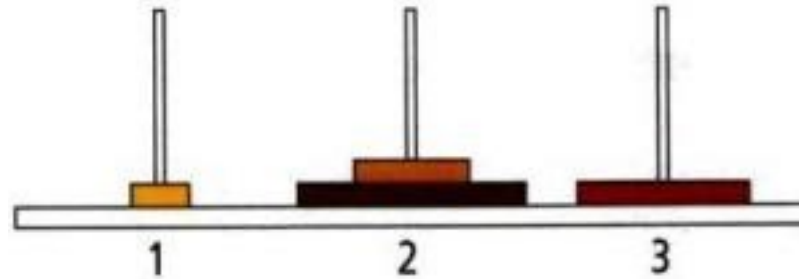


Tale rapporto fu descritto nel 1992 da Jan Stewart e si rivela partendo dalla costruzione del grafo della Torre di Hanoi.

Seguendo l'idea di Stewart, nella Torre di Hanoi a ogni configurazione si associa, oltre a un punto di riferimento, una serie ordinata di numeri, tanti quanti sono i dischi, nel seguente modo:

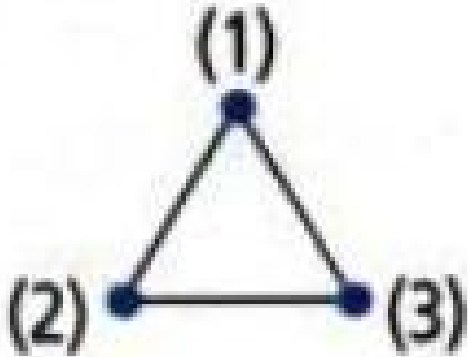
- prima si numerano i pioli da **1** a **3**, così che, ad esempio, quello a sinistra sia il numero 1, quello centrale il 2 e quello di destra il numero 3.
- Successivamente si associa una serie di numeri ad ogni configurazione: la prima rappresenta il numero di piolo occupato dal disco più piccolo, la seconda il numero di piolo in cui si trova il disco che come formato occupa la seconda posizione, ecc.

Così, per esempio, la serie (1, 2, 3, 2) indicherebbe la seguente configurazione di quattro dischi:



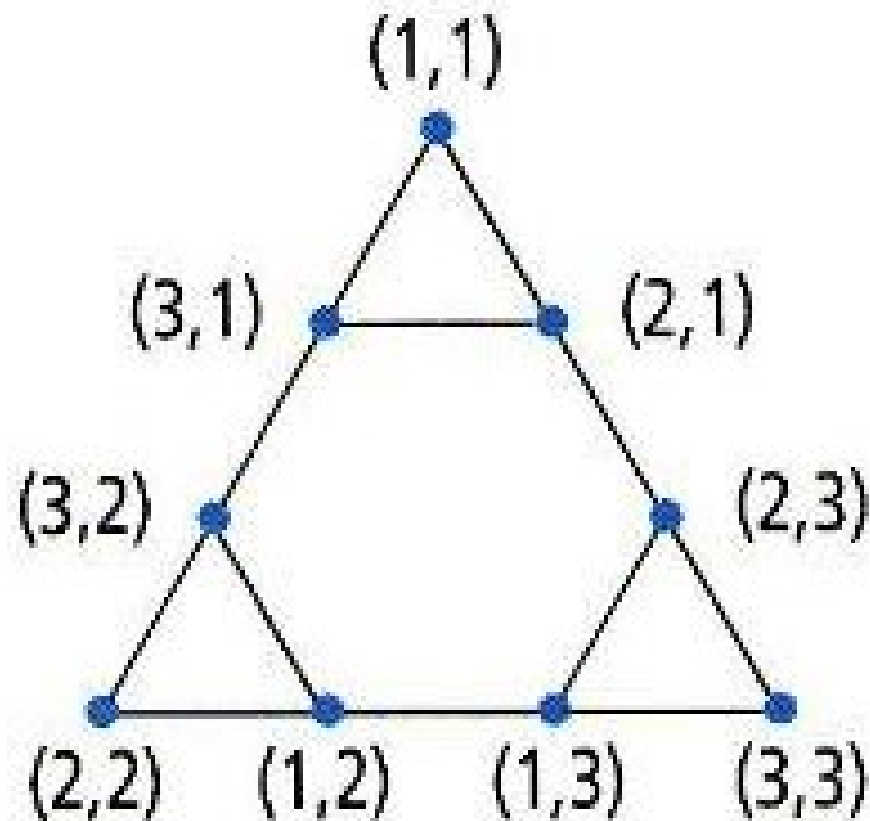
Si suppone che nello stesso piolo i dischi siano ordinati dal più grande al più piccolo come stabiliscono le regole generali del gioco.

In tal modo, ogni serie di numeri designa una sola configurazione possibile.

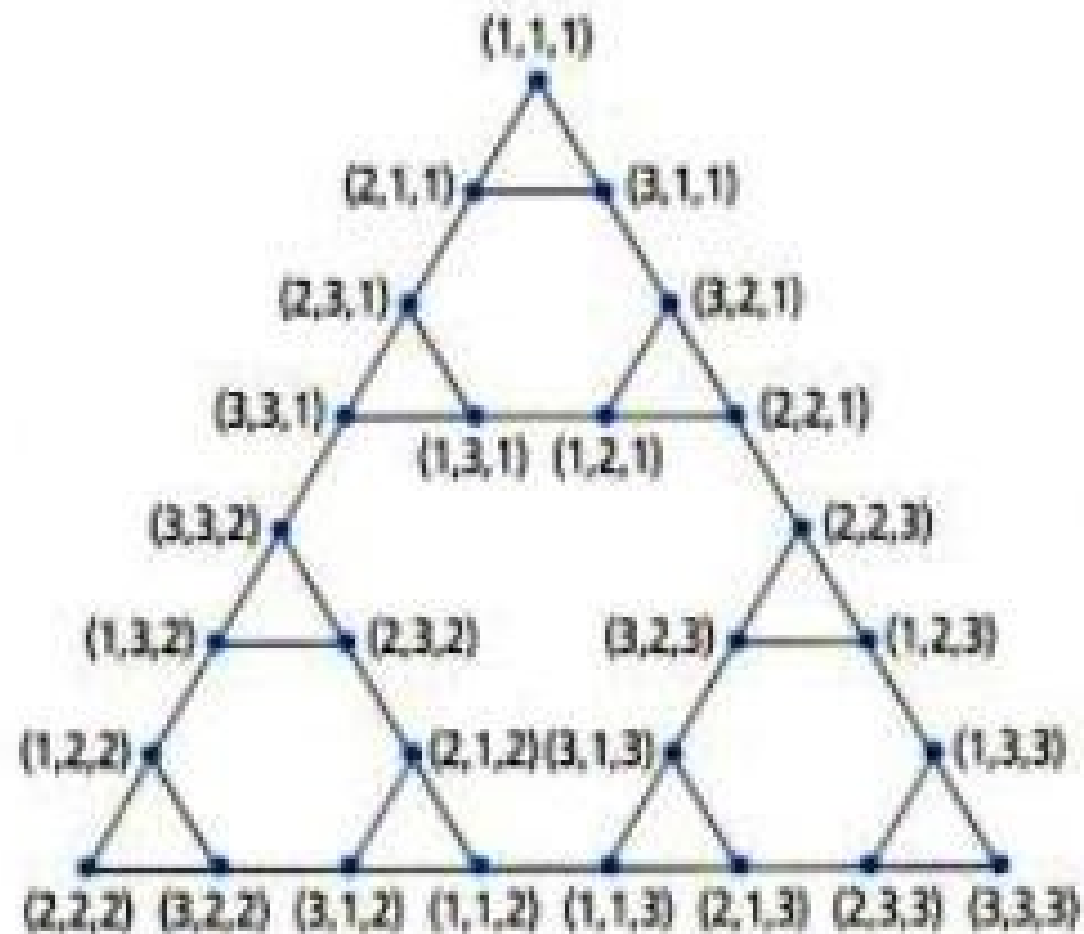


Come si osserva nel grafo qui sopra, per una Torre di Hanoi da **1** disco, le uniche configurazioni possibili sono: (1), (2), (3).

Per una Torre di Hanoi da **due dischi** ci sono nove configurazioni possibili, relazionate tra loro come indicato nel grafo corrispondente:



Analogamente, per **tre dischi** esistono **27** configurazioni differenti
relazionate come segue:



- Gli archi del grafo della Torre di Hanoi descrivono a poco a poco una figura che ricorda moltissimo il **triangolo di Sierpinski**. Man mano che aumenta il numero di dischi, la corrispondenza tra i due disegni diventa sempre più evidente.

La matematica è come il gioco della dama, adatta ai giovani, non troppo difficile, divertente e senza alcun pericolo per lo stato. (Platone)