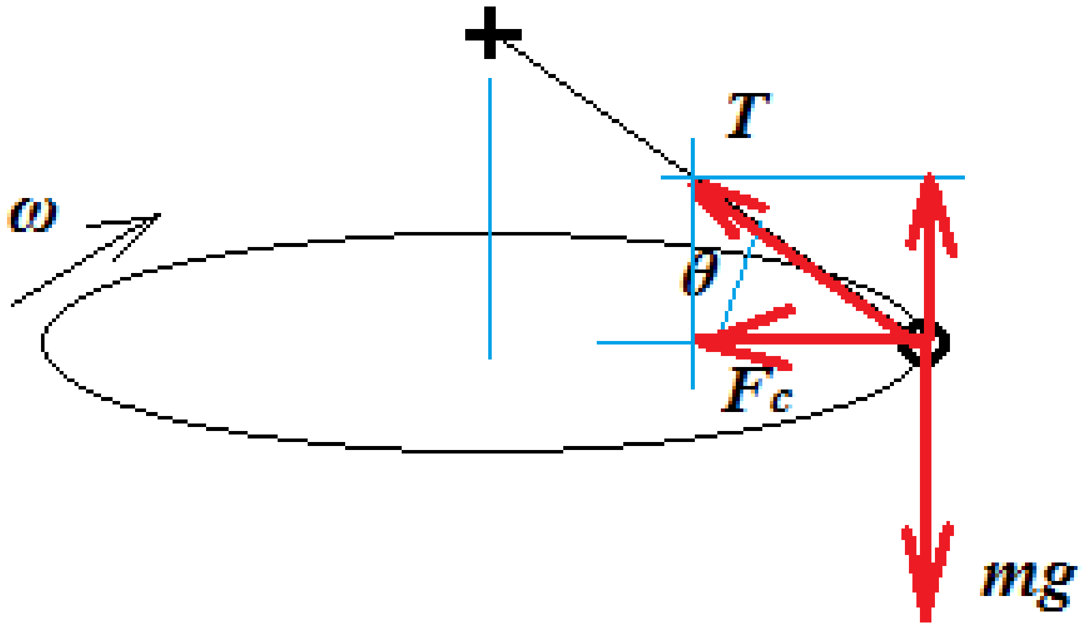
Moto circolare uniforme

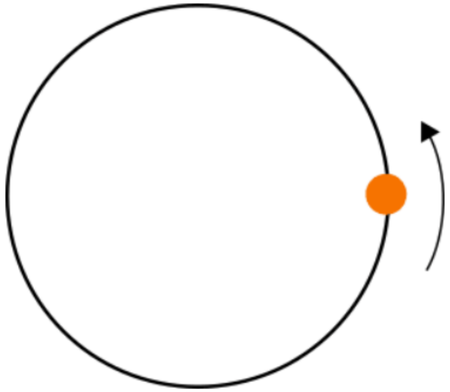


Traiettoria

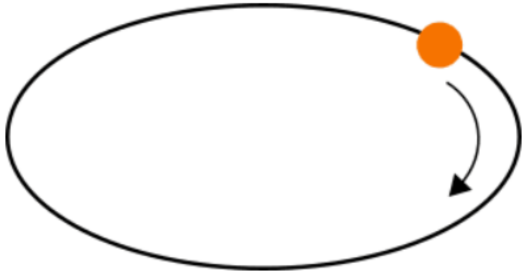
Una traiettoria è un insieme continuo di punti su cui passa un punto materiale durante il proprio moto.

La scia lasciata in cielo dal passaggio di un aereo individua le posizioni via via occupate dall'aereo, è quindi un esempio di traiettoria.

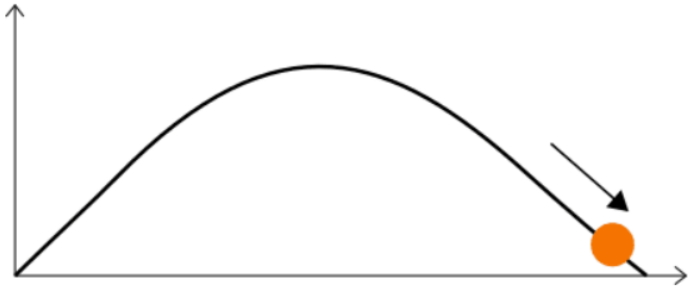
In base al tipo di traiettoria possiamo individuare di che moto si tratta.



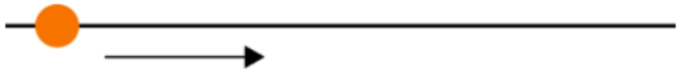
Esempio di traiettoria circolare.



Esempio di traiettoria ellittica.

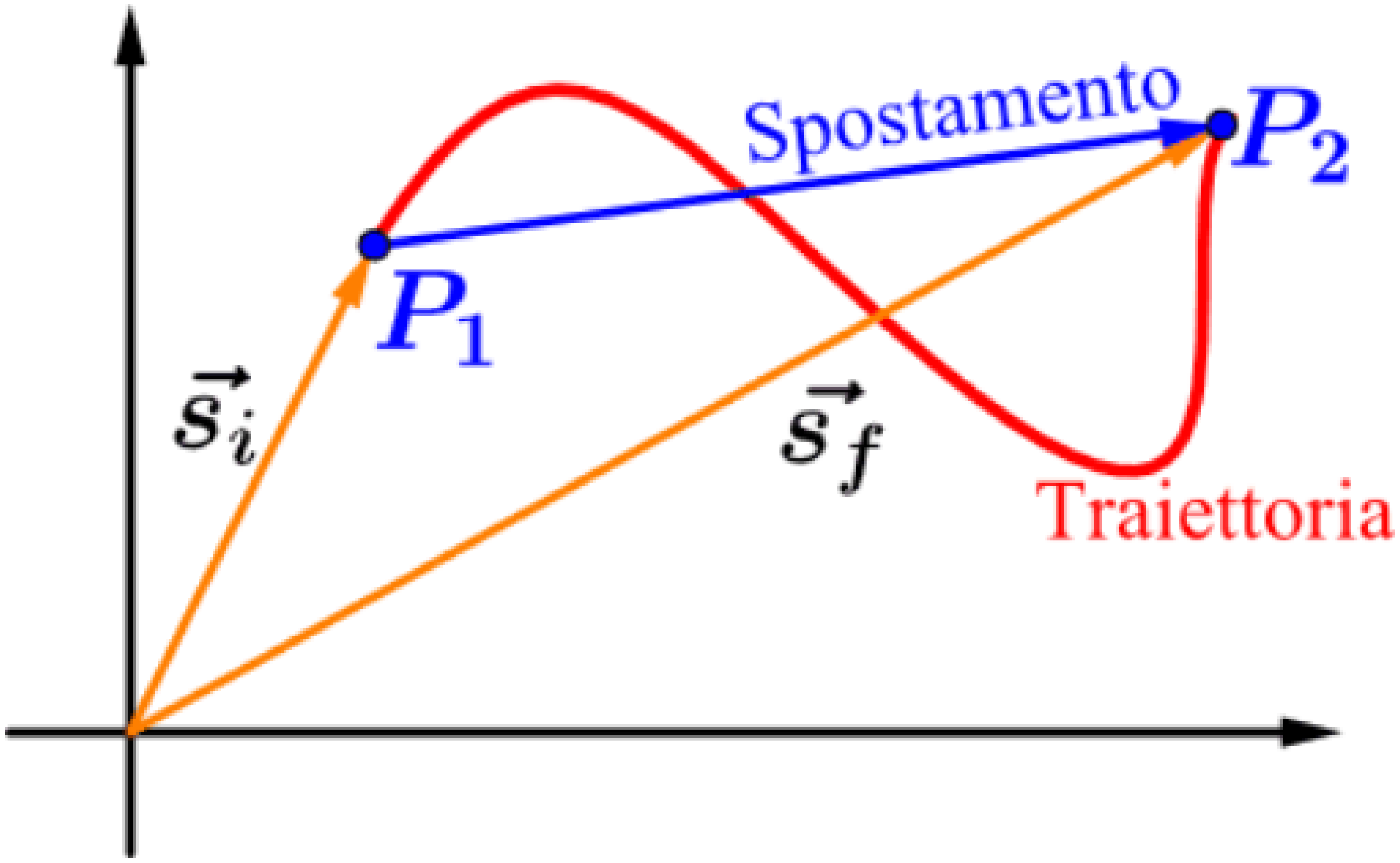


Esempio di traiettoria parabolica.



Esempio di traiettoria rettilinea.

Traiettoria e spostamento sono concetti correlati, ma ben distinti. Fissiamo un sistema di riferimento e consideriamo un punto materiale che si muove da P_1 a P_2, come mostra la seguente immagine.



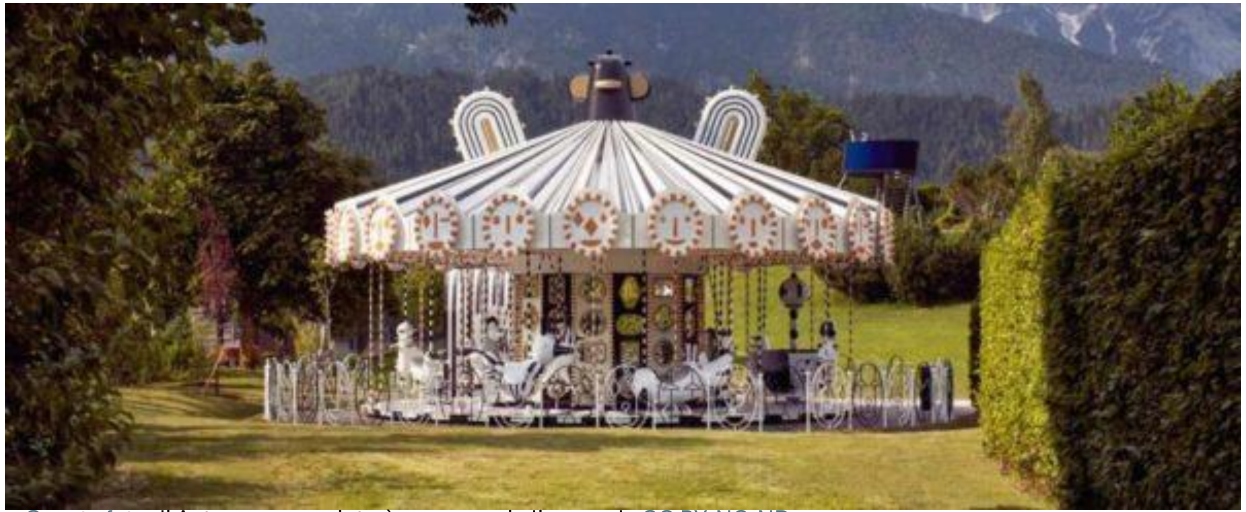
Differenza tra traiettoria e spostamento.

Moto circolare

Corpo che si muove in rotazione lungo una traiettoria circolare con velocità, in modulo, costante.

Legge oraria : $\theta = \theta_0 + \omega t,$

Come esempio per rendere l'idea, possiamo pensare alla classica giostra dei cavalli, in cui ogni cavallo compie una traiettoria circolare attorno al centro della giostra, ciascuno con una velocità di valore costante durante il moto.



Radiante

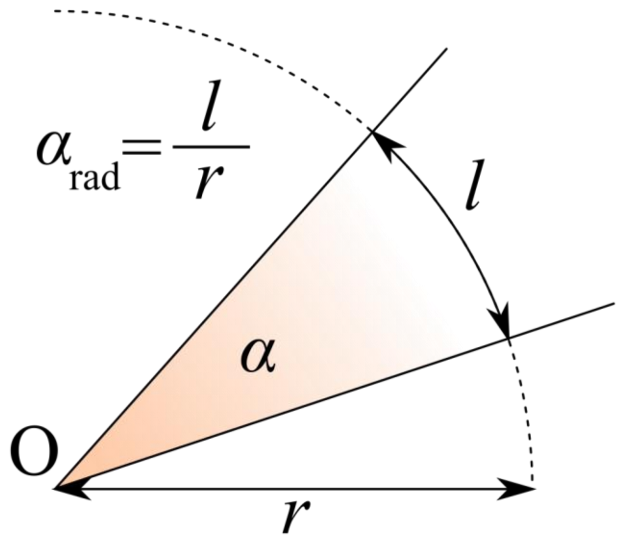
Il **radiante** (generalmente indicato **rad**) è l'unità di misura dell'ampiezza degli angoli nel Sistema internazionale di unità di misura. Tale misura rappresenta il rapporto tra la lunghezza dell'arco di circonferenza tracciato dall'angolo e la lunghezza del raggio di tale circonferenza; essendo il rapporto tra due grandezze omogenee, è un **numero puro**.

Essendo la lunghezza della circonferenza c pari a $2\pi r$ e il raggio lungo r, l'angolo di un cerchio equivale a 2π.

$$\alpha = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi.$$

Gradi	Radianti
0	0
15	π /12
30	π /6
45	π /4
60	π /3
90	π /2
120	2/3 π
135	3/4 π
150	5/6 π

Gradi	Radianti
180	π
210	7/6 π
225	5/4 π
240	4/3 π
270	3/2 π
300	5/3 π
315	7/4 π
330	11/6 π
360	2π

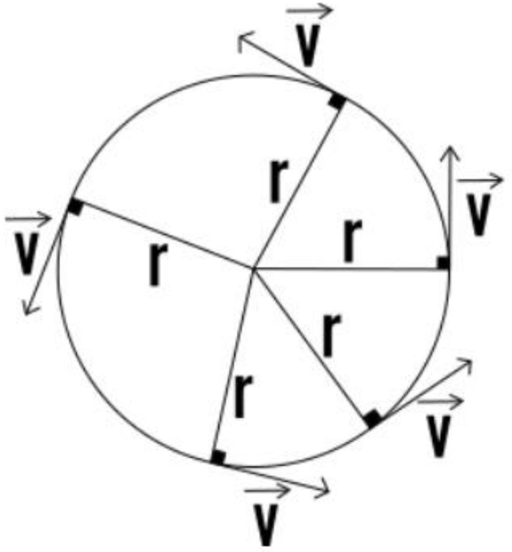


Periodo T: intervallo di tempo per percorrere l’intera circonferenza

Frequenza f: numero di giri compiti nell’intervallo di tempo

f= 1/T

Velocità tangenziale: $v = \frac{2\pi r}{T}$



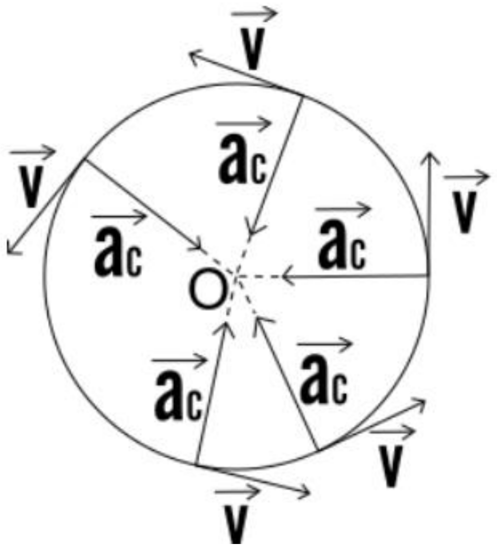
Formule

Velocità tangenziale	Velocità angolare	Frequenza e periodo	Accelerazione centripeta
$v = \frac{s}{t}$	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	$f = \frac{1}{T}$	$a_c = \frac{v^2}{r}$
$v = \frac{2\pi r}{T}$	$\omega = 2\pi f$	$T = \frac{1}{f}$	$a_c = \omega^2 r$
$r = \frac{vT}{2\pi}$	$T = \frac{2\pi}{\omega}$		$v = \sqrt{a_c r}$
$T = \frac{2\pi r}{v}$	$v = \omega r$		$r = \frac{v^2}{a_c}$
	$\omega = \frac{v}{r}$		$\omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}}$
	$r = \frac{v}{\omega}$		$r = \frac{a_c}{\omega^2}$

Accelerazione centripeta

Perché se il moto circolare è uniforme, quindi con velocità costante, è presente un’accelerazione?

Come abbiamo già detto la velocità è costante in modulo, ma continua a cambiare in direzione e verso. Questo comporta che, facendo la differenza vettoriale tra due vettori velocità, la risultante non è nulla e quindi c’è accelerazione, diretta verso il centro della circonferenza e per questo detta centripeta.



Dimostrazione

Consideriamo due posizioni P_1 e P_2 molto vicine di un corpo che si muove di moto circolare uniforme. Le due posizioni sono separate da un intervallo di tempo Δt.

Nella posizione P1 il corpo ha velocità **v1**, in P2 ha velocità **v2**.

L'accelerazione media **a** *per definizione* **a** = **Δv** /Δt

Δv = **v2 - v1** è la *differenza vettoriale* fra le due velocità che sono uguali in modulo, *ma non in direzione*.
Si osservi che il vettore **Δv** è diretto *verso il centro della traiettoria*.

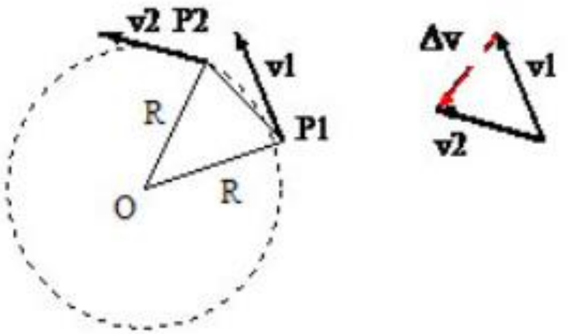
Il *triangolo isoscele* O P_1 P_2 è *simile* a quello formato dai vettori **v1** e **v2** (di modulo v) e dalla loro differenza **Δv**.

I due triangoli simili hanno i lati *proporzionali*. Posto v1 = v2 = v, si ha:
$\Delta v / v = P_1 P_2 / R$

Poichè P_1 e P_2 *sono molto vicini* si può assumere che la lunghezza

del segmento P_1 P_2sia *circa uguale* all'arco v Δt di circonferenza

percorsa. Di conseguenza si ha:



$\Delta v / v = v\ t / R$ da cui $\Delta v = v^2\ \Delta t / R$

Il modulo dell'accelerazione **a** è allora
$a = \Delta v / \Delta t = v^2 / R$

Rispondete

- Raggio e velocità tangenziale sono parallele V F
- Velocità tangenziale e accelerazione centripeta sono parallele V F
- Raggio e accelerazione centripeta sono perpendicolari V F
- La velocità angolare in un dato punto dipende dalla distanza dal centro V F
- Il periodo della lancetta dei minuti è di 60 secondi V F

Forza centripeta

Per il secondo principio della dinamica

$$F = m\,a$$

Quindi $F = m\,v^2 / R$

La forza centripeta, che costringe un oggetto di massa m a muoversi di moto circolare uniforme, ha *la stessa direzione dell'accelerazione* e modulo costante.

I vettori forza e velocità (o accelerazione e velocità) rimangono sempre *perpendicolari* tra loro.

Esercizio

Vediamo un esempio di riepilogo in cui mostriamo come applicare le formule. Abbiamo un disco in vinile del diametro di 30 cm che effettua 33 giri al minuto.

- Quanto vale la velocità angolare del disco?

- Quanto valgono la velocità tangenziale di un punto che si trova sul bordo e quella di un punto che si trova a 12 cm dal centro?

- Infine, qual è l'accelerazione centripeta di un punto sul bordo del disco?

Svolgimento: ragioniamo sui dati. Disponiamo del diametro del disco e nelle formule è richiesto il raggio, dunque dividiamo il diametro per 2 e convertiamo la misura in metri.

$$r = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

Il numero di giri al minuto corrisponde alla frequenza, che però non è espressa in Hertz (numero di giri al secondo).

Come possiamo convertire i giri al minuto in giri al secondo? Ogni minuto è costituito da 60 secondi, per cui ci basta dividere per 60:

$$f = 33 \frac{\text{giri}}{\text{min}} = 33 \frac{\text{giri}}{60 \text{ s}} = 0,55 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 0,55 \text{ Hz}$$

Ora possiamo calcolare il periodo di rotazione

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,55 \text{ Hz}} \simeq 1,8 \text{ s}$$

e quindi la velocità angolare è:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \simeq 3,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

La velocità tangenziale di un punto sul bordo del disco $(r = 0,15 \text{ m})$ è invece:

$$v = \omega r = \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot (0,15 \text{ m}) \simeq 0,52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Per un punto che si trova a una distanza dal centro di 12 cm possiamo usare la stessa formula dell'ultimo passaggio, considerando come raggio $r = 0,12 \text{ m}$.

$$v = \omega r = \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \cdot (0,12 \text{ m}) \simeq 0,41 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Infine, per calcolare l'accelerazione centripeta di un punto sul bordo del disc

$$a_c = \omega^2 r = \left(3,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 \cdot (0,15 \text{ m}) \simeq 1,84 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Esiste anche un’accelerazione centrifuga e quindi una forza centrifuga?

Prima di rispondere a questa domanda, dobbiamo parlare delle forze apparenti.

Forze apparenti

Premessa

Sappiamo che due sistemi di riferimento si dicono *inerziali* se sono in moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro. E se invece uno dei due sistemi si muovesse di moto uniformemente accelerato rispetto a un altro, o ancor più in generale di moto accelerato? In questo caso diremmo semplicemente che i due sistemi non sono inerziali.

Quest'affermazione non va presa alla leggera perché ha una fondamentale conseguenza. In accordo con il principio della relatività galileiana, per due osservatori in due sistemi di riferimento inerziali le leggi della Dinamica restano invariate, il che significa che se un corpo è soggetto a una certa forza misurata nel primo sistema di riferimento, quel corpo è soggetto alla medesima forza anche nel secondo sistema di riferimento.

Le forze apparenti subentrano nei sistemi non inerziali. Se i due osservatori si trovano in sistemi non inerziali allora essi non concorderanno più nell'affermare che la forza percepita dal primo è uguale a quella percepita dal secondo. Subentrano infatti le cosiddette *forze apparenti*, ossia forze che vengono percepite solo nel sistema non inerziale e che non vengono percepite da un osservatore in un sistema inerziale. Da qui capite perché si parla di forze apparenti o, equivalentemente, di **forze fittizie**.

Per avere un semplice **esempio pratico sulle forze apparenti** possiamo pensare a due osservatori diversi: uno fermo sul marciapiede di una strada e l'altro seduto in macchina che parte accelerando. Il signore in macchina ha sbadatamente lasciato appoggiata una bottiglietta d'acqua sul cruscotto.

Se l'auto viaggiasse a velocità costante non sarebbe un problema: la bottiglietta rimarrebbe ferma al suo posto come se l'auto fosse parcheggiata, in accordo con la relatività galileiana. Se però l'auto accelera, la bottiglietta casca all'indietro sul sedile.

Per chi guarda da fuori (S) la bottiglietta non ha subito alcuna forza. L'osservatore nel sistema inerziale esterno ha semplicemente assistito alla manifestazione del principio di inerzia: la bottiglietta ferma ha perseverato nel suo stato di quiete ed ha continuato a rimanere ferma, poiché la risultante delle forze agente su di essa è nulla. La bottiglietta è caduta perché la macchina le è in qualche modo scivolata da sotto, facendole mancare il piano d'appoggio. Da fuori dunque la bottiglietta d'acqua non è soggetta ad alcuna forza $(F = 0)$.

Per il signore in auto (S') invece è come se la bottiglietta fosse stata spinta all'indietro da un forza che l'ha fatta cadere. In realtà nessuno l'ha davvero spinta: la bottiglietta è stata soggetta ad un forza apparente che sembra esserci, ma non è frutto di alcuna interazione che abbiamo visto finora.

Dunque l'osservatore nel sistema non inerziale dell'auto che accelera vede sulla bottiglietta una forza F' uguale a:

$$F' = F - F_{app} = 0 - F_{app} = -F_{app}$$

Peso apparente

È esperienza comune, quando prendiamo l'ascensore per salire da un piano a un altro, di sentirsi schiacciati verso il basso durante la breve fase di accelerazione, come se improvvisamente la forza di gravità si fosse fatta più intensa.

La persona all'interno dell'ascensore avverte una forza che è data dalla somma della sua forza peso e del peso apparente F_0 che fa sì che, in questa situazione, **l'osservatore in S' si senta più pesante**. F_0 è il peso apparente che viene percepito unicamente dall'osservatore che si trova nel sistema di riferimento non inerziale.

Da ultimo osserviamo che, se ci mettessimo sulla bilancia mentre l'ascensore è in movimento, vedremmo il valore del nostro peso (inteso quindi come forza peso) crescere o diminuire a seconda della situazione. Attenzione: non è che la nostra massa cambi, quella che cambia è la forza con la quale la bilancia viene schiacciata e quest'ultima cambia per via del peso apparente. Ricordatevi che l'informazione che leggiamo sul display è una misura in chilogrammi forza e non in chilogrammi.

Un **sistema in moto rotatorio uniforme** è un particolare tipo di sistema di riferimento non inerziale che si muove di moto circolare uniforme, e che può essere descritto a partire da un sistema inerziale mediante opportune leggi di trasformazione.

Per definizione la **forza centrifuga** è una forza apparente che viene osservata nei sistemi non inerziali in moto rotatorio (di qualsiasi tipo). Consideriamo due sistemi, S e S', di cui il primo è fermo e il secondo ruota intorno alla propria origine O'. Per semplicità supponiamo che le origini dei due sistemi coincidano e che S' ruoti intorno a O' di moto circolare uniforme.

In questa situazione un osservatore in S vedrà i corpi solidali con S' muoversi di moto circolare uniforme, e per tale motivo osserverà una forza centripeta che agisce su ciascuno di essi e tale da consentire ai corpi di muoversi lungo una traiettoria circolare.

Al contrario un osservatore in S' non percepirà alcuna forza centripeta, in quanto solidale con il sistema in moto rotatorio. Egli vedrà corpi fermi soggetti a una qualche reazione vincolare che li mantiene solidali ad S' e, al contempo, misurerà una forza che tende a spingere i corpi radialmente verso l'esterno. Tale forza apparente viene definita come **forza centrifuga**.

Per capire qual è il **legame tra la forza centrifuga e la forza centripeta** immaginiamo di avere una piattaforma ruotante con velocità angolare costante, in cui una pallina è legata con un filo e ruota assieme alla piattaforma con la stessa identica velocità angolare ω.

Per un osservatore esterno in un sistema inerziale S la pallina descrive un moto circolare uniforme, in cui la tensione del filo agisce da forza centripeta e costringe la pallina a descrivere una traiettoria circolare. Se trascuriamo gli attriti, nel nostro esempio la forza centripeta è l'unica forza in gioco, in assenza della quale la pallina si muoverebbe di moto rettilineo uniforme lungo la direzione tangente alla traiettoria circolare.

Per un osservatore solidale con il sistema non inerziale S' della piattaforma la pallina è ferma, perché ruota con la medesima velocità angolare della piattaforma, eppure il filo è teso. L'osservatore sulla piattaforma deve allora supporre che, oltre alla tensione del filo diretta verso il centro di rotazione, debba esistere un'altra forza uguale e contraria diretta radialmente verso l'esterno, cosicché la somma delle due forze sia nulla e si possa spiegare il fatto che la pallina resti ferma.

Ecco allora che per l'osservatore non inerziale S' compare la **forza centrifuga diretta radialmente verso l'esterno**. È inoltre ovvio che la forza centrifuga sia una forza apparente perché non è il frutto di alcuna interazione che tenti di spingere la pallina verso l'esterno della piattaforma.

Esempio

Possiamo percepire la **forza centrifuga quando siamo in auto** e affrontiamo una curva. Se ci troviamo sull'auto e svoltiamo verso sinistra, ci sentiamo spinti all'esterno dell'auto verso destra per via della forza centrifuga.

L'auto S' in cui ci troviamo è un sistema di riferimento non inerziale in moto circolare rispetto al sistema S fisso della strada.

Se analizziamo il moto dal punto di vista di un osservatore esterno S, non c'è nulla che stia realmente spingendo il passeggero verso l'esterno. Il passeggero è seduto sul sedile e costituisce un tutt'uno con l'auto; lungo la curva l'attrito tra gli pneumatici e l'asfalto funge da forza centripeta e mantiene l'auto (e dunque il passeggero) lungo la traiettoria circolare.

Se valutiamo la situazione dal punto di vista di un osservatore S' solidale con l'auto, egli non percepisce la forza centripeta e si sente spinto verso l'esterno dalla forza centrifuga. Nel contempo il passeggero è anche soggetto a una reazione vincolare, essendo trattenuto dall'attrito col sedile e dalla cintura di sicurezza.

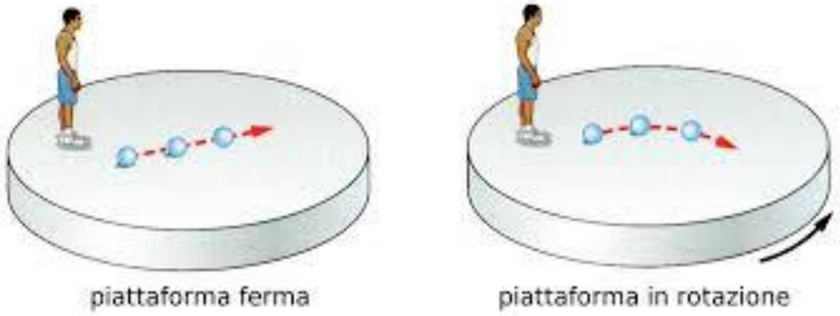
Se facessimo un esperimento con un sedile di marmo liscio e insaponato e senza la portiera, vedremmo il passeggero scivolare fuori dalla macchina mentre essa curva a sinistra. L'osservatore in S giustificherebbe questo fatto dicendo che il passeggero non è soggetto ad alcuna forza e dunque non è in grado di seguire il moto circolare dell'auto lungo la curva, per cui prosegue di moto rettilineo uniforme lungo la tangente alla traiettoria. Per il conducente dell'auto la causa è dovuta alla forza centrifuga che non viene compensata da alcuna reazione vincolare.

In sintesi, la forza centrifuga è una forza apparente che viene percepita solamente dall'osservatore non inerziale S', che non è nella condizione di percepire la forza centripeta. Di contro per l'osservatore inerziale l'unica forza agente è la forza centripeta e non contempla in alcun modo la forza centrifuga. Come al solito non esistono un punto di vista giusto e uno sbagliato: il modello fisico è sempre lo stesso e il modo di descriverlo cambia a seconda del sistema di riferimento scelto.

Applicazioni della forza centrifuga

La forza centrifuga viene sfruttata in diversi ambiti. Basti pensare a un'asciugatrice che sfrutta l'azione centrifuga per strizzare il bucato: i panni vengono tutti spinti verso il bordo del cestello comprimendosi e rilasciando l'acqua assorbita durante il lavaggio. Un'ulteriore applicazione riguarda le centrifughe tipiche dei laboratori di chimica, che sfruttano l'azione centrifuga per separare diverse sostanze disciolte nelle soluzioni.

Forza di Coriolis



La **forza di Coriolis** in Fisica è una forza apparente osservata nei sistemi non inerziali in rotazione, che agisce sui corpi in moto rispetto al sistema di riferimento non inerziale e che ha l'effetto apparente di far deviare i corpi da una traiettoria rettilinea.

Poniamoci la seguente domanda: se l'osservatore in S vede un punto materiale muoversi di moto rettilineo, quale moto osserverà l'osservatore solidale con S'?

Per rispondere facciamo riferimento ad un esempio concreto: abbiamo una piattaforma ruotante con velocità angolare ω costante e immaginiamo che una pallina venga fatta rotolare *fuori* dalla piattaforma, senza attrito. L'osservatore esterno in S vede la pallina descrivere una traiettoria rettilinea: per lui infatti la pallina si muove di moto rettilineo. L'osservatore che ruota assieme alla piattaforma, dunque solidale con S', vede la pallina descrivere una curva che devia rispetto alla retta vista dall'osservatore esterno. Tale deviazione è causata dalla forza di Coriolis che fa deviare la pallina nel verso contrario rispetto a quelli di rotazione della piattaforma: se essa ruota in senso orario, la pallina tende a curvare in senso antiorario e viceversa.

Effetto della forza di Coriolis sulla terra

La forza di Coriolis produce una serie di effetti molto interessanti, che vengono indistintamente denominati come **effetto Coriolis** e che vengono percepiti dagli osservatori solidali con la Terra. Non a caso tali osservatori sono solidali con un sistema non inerziale in rotazione e osservano corpi non solidali alla Terra e in moto rispetto ad essa.

1) Effetto Coriolis sulla caduta libera

Per i corpi in caduta libera dobbiamo considerare sia la forza centrifuga sia la forza di Coriolis, che ne disturbano il moto: quest'ultima in particolare tende a far cadere i corpi più a est rispetto ad una perfetta traiettoria verticale, e la deviazione è tanto più grande quanto maggiore è la velocità con cui il corpo si muove.

2) Effetto Coriolis e aerei

Anche se in molti casi la forza di Coriolis può essere trascurata, esistono situazioni in cui i suoi effetti sono molto evidenti. I piloti degli aerei, per esempio, sono costretti a tener conto della forza di Coriolis se vogliono raggiungere la meta desiderata e non finire a diversi chilometri di distanza.

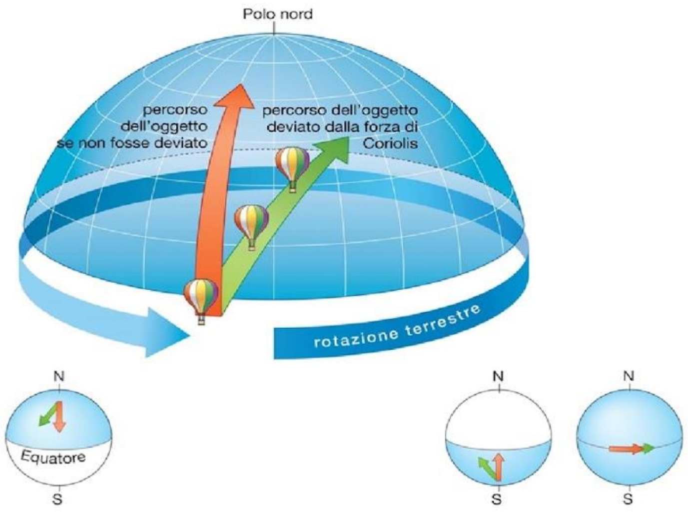
Nel tracciare le rotte si deve necessariamente tener conto del moto di rotazione della Terra, che avviene in senso antiorario rispetto all'asse terrestre, e che produce un effetto Coriolis non trascurabile. Un aereo che si muove nell'emisfero boreale, lungo un meridiano che va dall'equatore al polo nord, viene deviato verso est nel suo moto; lo stesso aereo che si muove nell'emisfero australe, lungo un meridiano che va dal polo sud all'equatore, viene spinto verso ovest.

3) Effetto Coriolis e venti

Anche le grandi masse d'aria che si muovono in atmosfera risentono della forza di Coriolis: i cicloni che si formano nell'emisfero boreale tendono tutti a ruotare in senso antiorario mentre quelli dell'emisfero australe ruotano in senso orario.

LA FORZA DI CORIOLIS

La rotazione terrestre
produce
una forza apparente detta *forza di Coriolis*
che agendo
sui corpi in movimento provoca un effetto detto *effetto Coriolis*

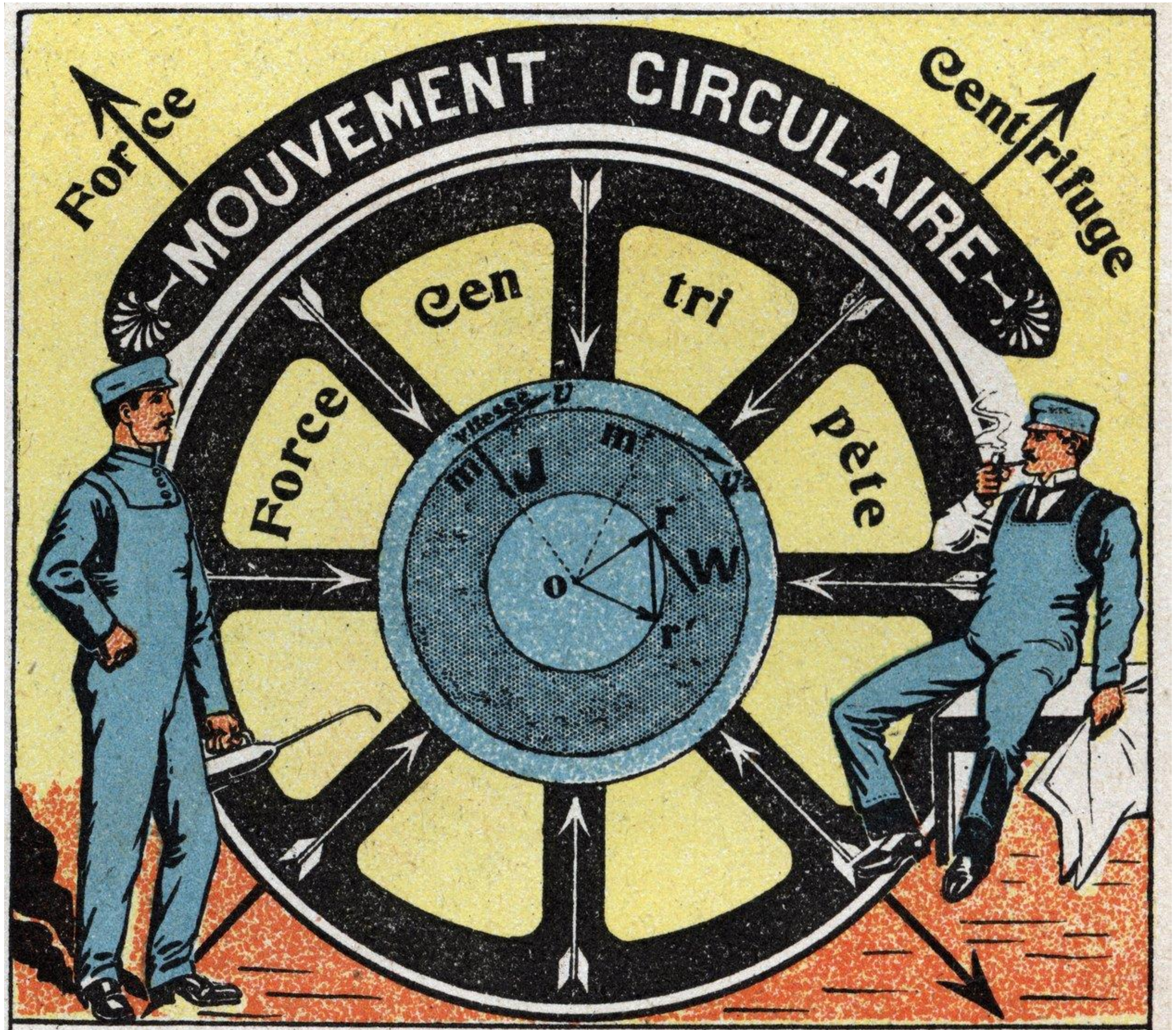


l'effetto Coriolis
devia
ogni corpo che sulla superficie terrestre si muove liberamente dall'equatore ai poli
dalla sua direzione iniziale nello stesso verso del movimento
verso destra
nell'emisfero settentrionale
verso sinistra
nell'emisfero meridionale

la destra e la sinistra sono quelle di un osservatore che guardi nella stessa direzione e nel medesimo verso del corpo che si muove

La forza di Coriolis
provoca
la deviazione sui corpi che si muovono lungo i paralleli
non provoca
effetti quando un corpo si muove lungo l'equatore
ha influenza
sulla direzione dei grandi circuiti delle correnti oceaniche e della circolazione atmosferica.

Illustrazione anonima del 1925



Le mouvement circulaire uniforme est engendré
par une force appelée centripète.