Geometria

8 Lezioni dal 18 ottobre al 13 Dicembre 2024
UTE San Giuliano Milanese
Sergio SOLIMENA

INDICE 4

Riassunto delle precedenti 3 lezioni

Il Triangolo

- La similitudine dei triangoli
- L'altezza della Piramide di Cheope
- Il Teorema di Pitagora e la sua importanza nella storia

Riassunto delle prime 3 lezioni

Lo Spazio intorno a noi

Concetti importanti

- l'unità di misura
- Lo strumento di misura (il metro rigido, il quadrato, il cubo)
- La dimensione
- Metodi per misurare: uso del triangolo

Difficoltà

- Gli oggetti da misurare sono curvi (Lez. I, II, III)
- Gli strumenti di misura sono più lunghi o più corti dell'oggetto da misurare (Lez. I,II)
- Modifica dello strumento di misura: infinitesimi e infinito(Lez. II, III)
- Non basta misurare le lunghezze bisogna conoscere anche gli angoli. (Lez. I)

Riassunto delle prime 3 lezioni

Lo Spazio intorno a noi

Concetti importanti

- L'Approssimazione
- Il Valor Medio, la Varianza e la Gaussiana
- Concetto di dimensione non intera: i frattali
- Metodo di esaustione
- Valutazione di π

Difficoltà

- Somme infinite (Lez. II,III)

Riassunto delle prime 3 lezioni

Lo Spazio intorno a noi

Concetti importanti

- Concetto di Infinito e Infinitesimi:

- La somma di infiniti infinitesimi può essere finita;

- Una lunghezza finita può contenere infiniti punti.

Difficoltà

- L'intuito e la logica possono condurre a risultati errati non confermati dall'esperienza.

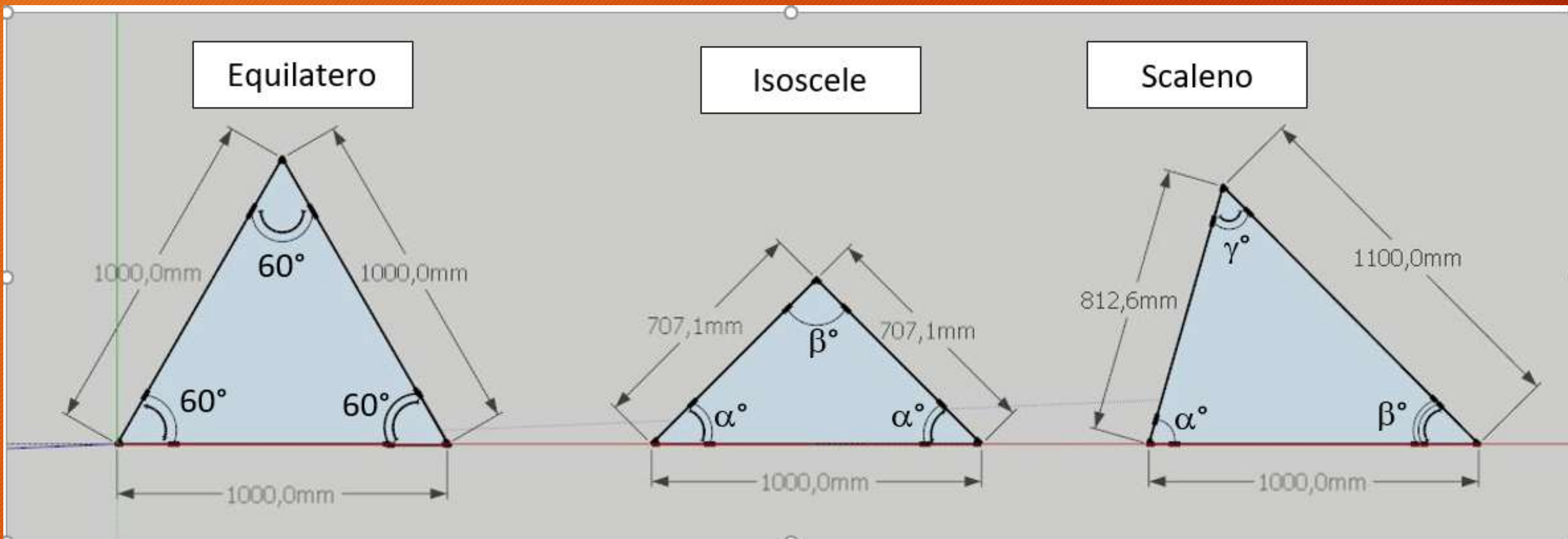
Il Triangolo e La Geometria Euclidea

Avendo scelto un approccio dal basso verso l'alto, prima osservare , provare e poi cercare una teoria generale, inizierò a parlare della figura del triangolo che fu ben studiata nel VI a.c da due grandi pensatori Talete e Pitagora

Il Triangolo
Abbiamo visto come il triangolo sia così importante per analizzare gli oggetti geometrici.
Lo abbiamo già utilizzato per misurare una stanza evitando così la difficoltà di misurare anche gli angoli.

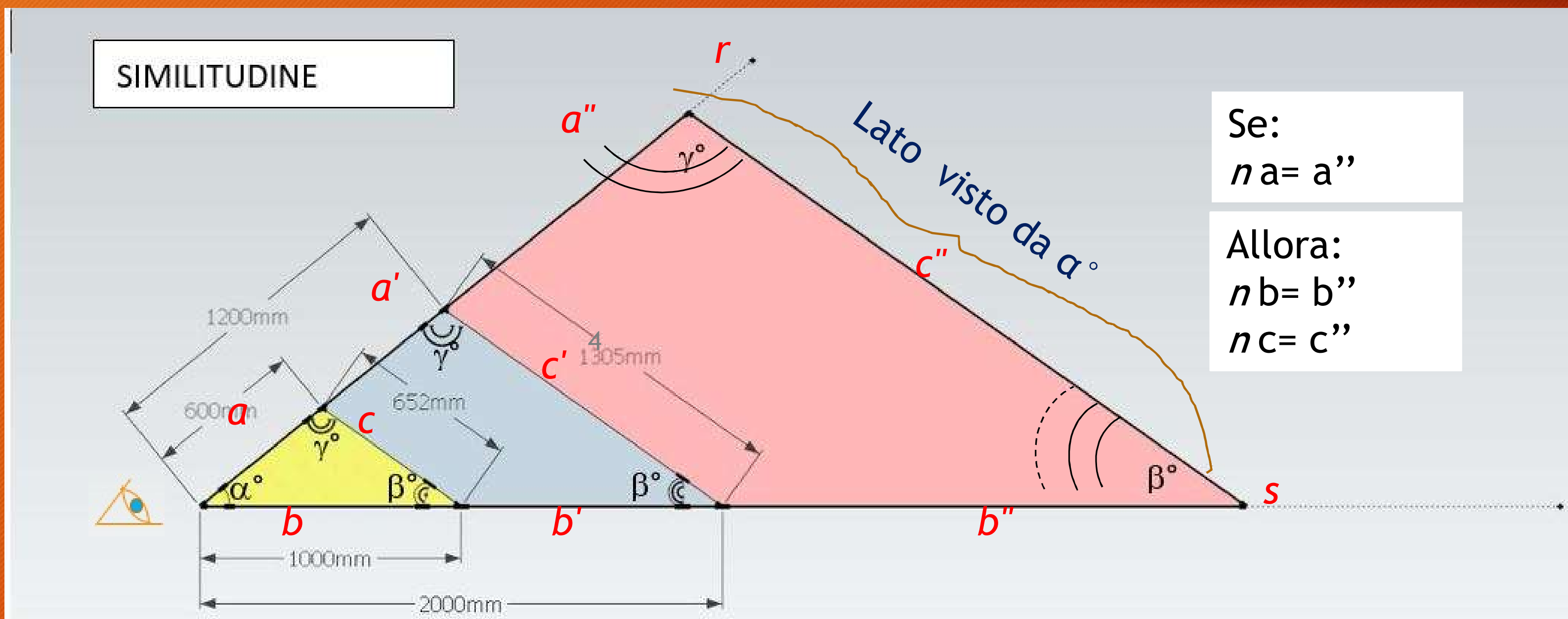
La Geometria Euclidea
Elementi, è l'opera fondamentale di Euclide, divisa in 13 libri. Di questi, sei concernono la geometria elementare, tre la teoria dei numeri, uno (il libro X) gli incommensurabili e gli ultimi tre la geometria solida

Il Triangolo



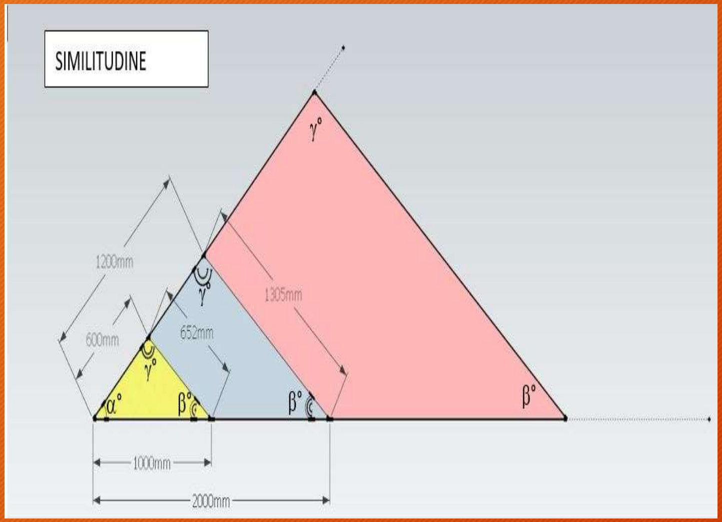
Proprietà del triangolo: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$

Il Triangolo: Similitudine



Due triangoli simili hanno angoli corrispondenti uguali.
Proprietà: Due triangoli simili hanno i lati corrispondenti in proporzione
Nota: i lati corrispondenti hanno difronte lo stesso angolo

Il Triangoli Simili



I triangoli simili sono:
Triangolo Giallo <simile> Triangolo (Giallo + Grigio) <simile> Triangolo (Giallo + Grigio+ Rosa)

Nei triangoli simili se si raddoppia un lato si raddoppiano anche gli altri due lati.

Esempio:
Se il lato del triangolo Giallo, uguale a 1000mm, viene raddoppiato e diventa 2000mm (Triangolo Giallo + Grigio) anche gli altri lati corrispondenti si raddoppiano
500mm -> 1000 mm e 652mm -> 1354mm

SIMILITUDINE e Geometria Euclidea

- La Similitudine è una proprietà della Geometria Euclidea

  Nelle altre geometrie, ad esempio quella costruita su una sfera la similitudine non esiste!
  Cioè:
  Se si ingrandisce un triangolo gli angoli non restano uguali e i lati non crescono in proporzione.

- La Similitudine è importante perché consente di rappresentare gli oggetti in scala.

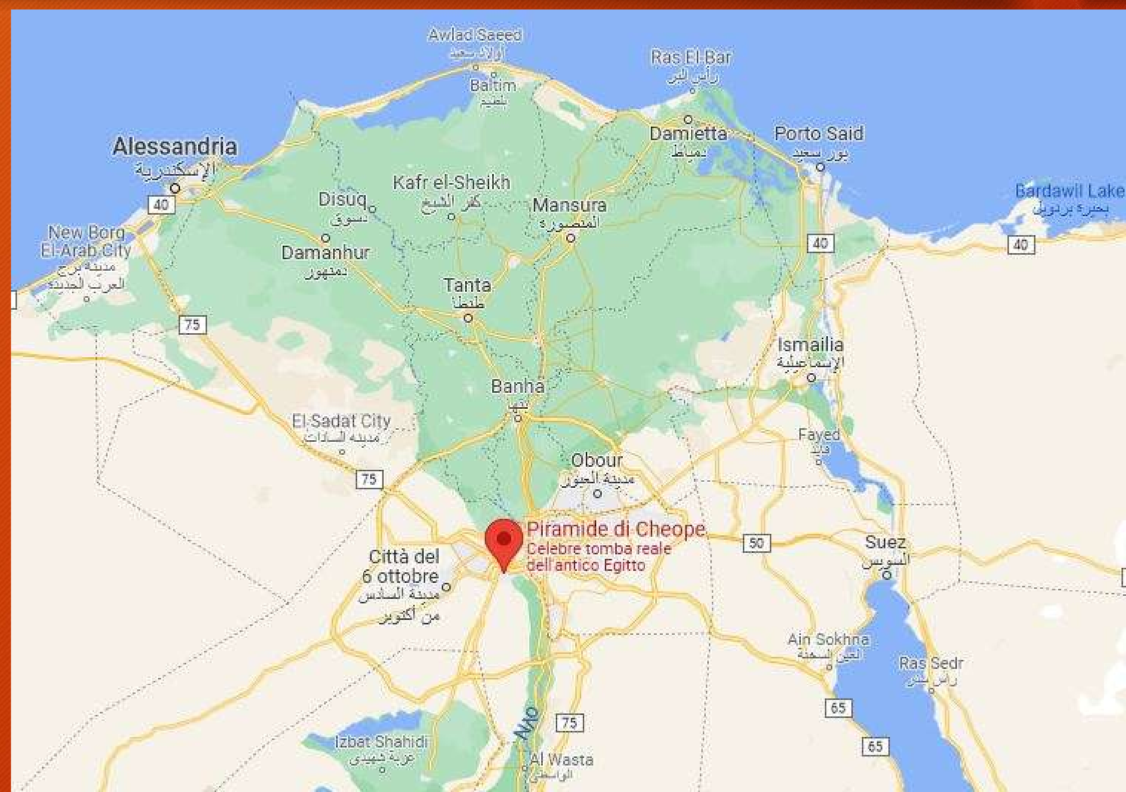
- La forma resta la stessa se è ingrandita o ridotta.

L’altezza della Piramide di Cheope

Piramide di Cheope
Grande Piramide

Vista della Piramide di Cheope

Stile	architettura dell'antico Egitto
Epoca	2550 a.C. circa
Dimensioni	
Superficie	53 077 m²
Altezza	138,8 m[1][2]
Larghezza	230,36 m[2]

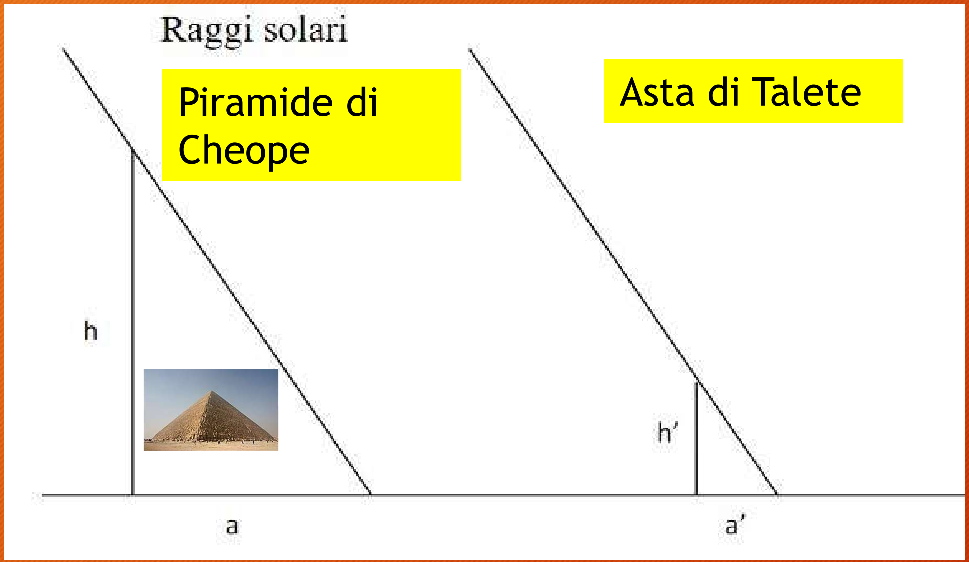


L’altezza della Piramide di Cheope

L’ANEDDOTO DI TALETE (600 a.c.) E LA MISURA DELL’ALTEZZA DELLA PIRAMIDE

Si racconta (Plutarco e Plinio il vecchio) che il faraone Amasis, abbia sfidato Talete a misurare l’altezza della piramide di Cheope.
Superata la prova, il faraone gli espresse la sua ammirazione, per il modo geniale in cui la misura fu effettuata.

L’altezza della Piramide di Cheope



La piramide di Cheope ha altezza h.

Non è misurabile direttamente perché essendo al centro della costruzione non era accessibile

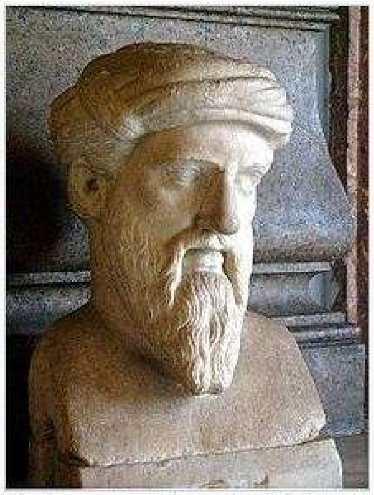
Usando i raggi del sole che proiettano l’ombra degli oggetti sul terreno è possibile dire che i rapporti tra i lati dei due triangoli simili (angoli uguali) sono uguali:

$$\frac{h}{a} = \frac{h'}{a'} = \frac{138{,}8\ m}{230{,}36\ m} = 0{,}603$$

Misurando facilmente h’, a’ ed a si ricava

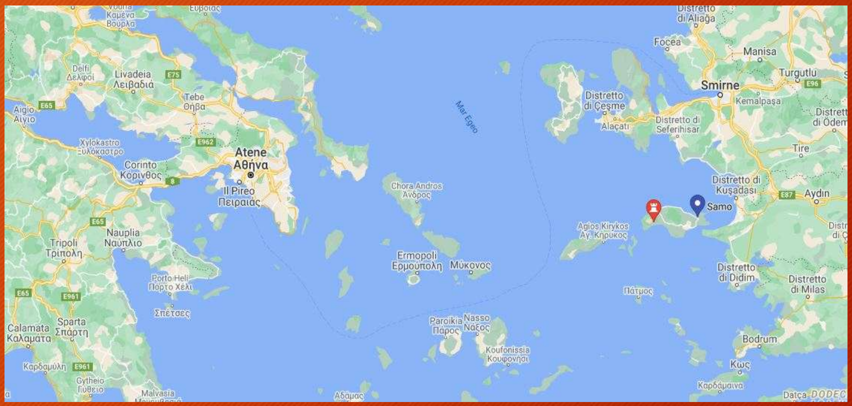
$$h = \frac{h'}{a'} * a = 0{,}603 * 230{,}36\ \text{m} = 138{,}9\ \text{m}$$

Pitagora

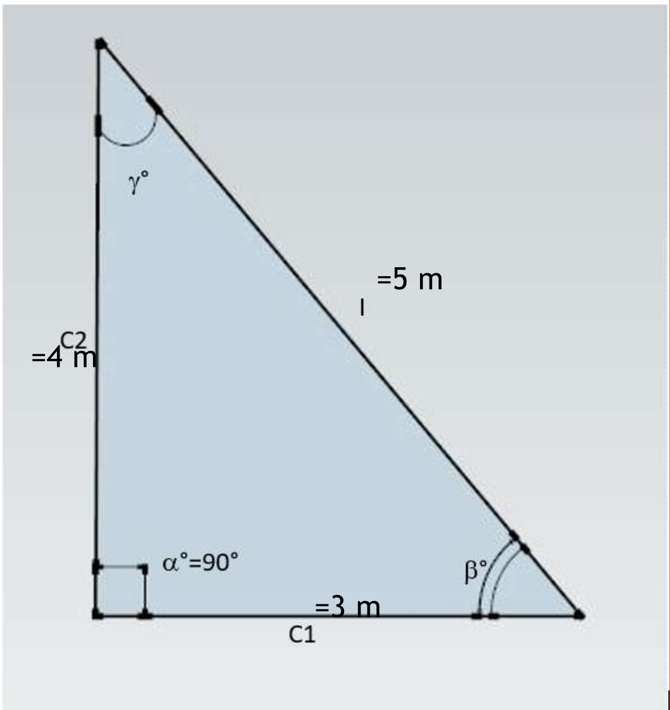


Copia romana del I secolo a.C. di originale greco conservata nei Musei Capitolini di Roma

Pitagora (in greco antico: Πυθαγόρας, *Pythagóras*; Samo, tra il 580 a.C. e il 570 a.C. – Metaponto, 495 a.C. circa) è stato un filosofo greco. Fu matematico, taumaturgo, astronomo, scienziato, politico e fondatore a Crotone di una delle più importanti scuole di pensiero dell'umanità, che prese da lui stesso il nome: la Scuola pitagorica.



Il Triangolo Rettangolo



Il triangolo rettangolo ha un angolo di 90°
I due lati perpendicolari tra loro sono chiamati *Cateti* mentre il lato obliquo è l'*Ipotenusa*

E' un triangolo notevole perché per esso vale il famoso teorema di Pitagora:

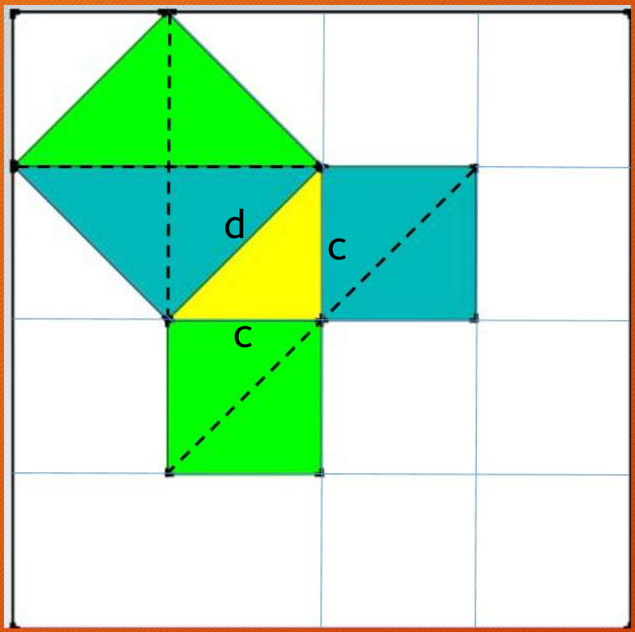
$$c1^2 + c2^2 = l^2$$

Per esempio se i cateti c1=3m e c2=4m l'ipotenusa è l=5m

Infatti: $(3m)^2 + (4m)^2 = (9+16)\ m^2 = 25\ m^2$

da cui $l^2 = 25\ m^2$ e quindi $l = 5$ m

Il Triangolo Rettangolo



Teorema di Pitagora. Dimostrazione in un caso particolare

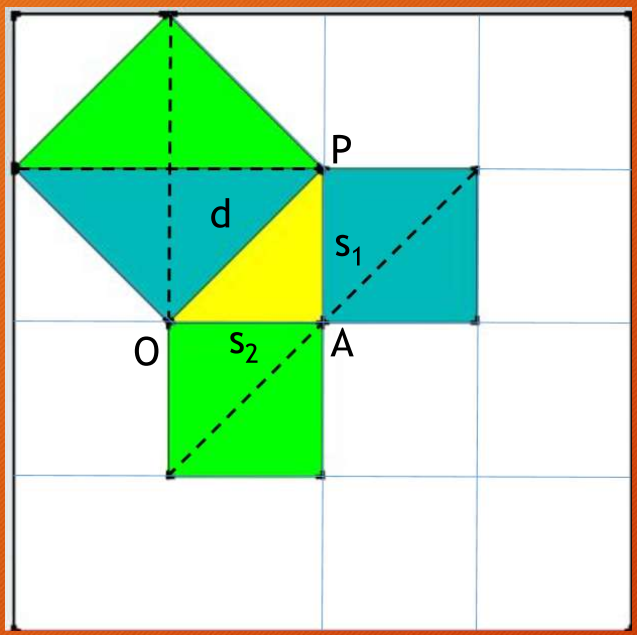
L'area del quadrato costruito sull'Ipotenusa è uguale alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti

Il teorema si può generalizzare per tutti i triangoli rettangoli

$$c^2 + c^2 = d^2$$

La somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa

Il Triangolo Rettangolo



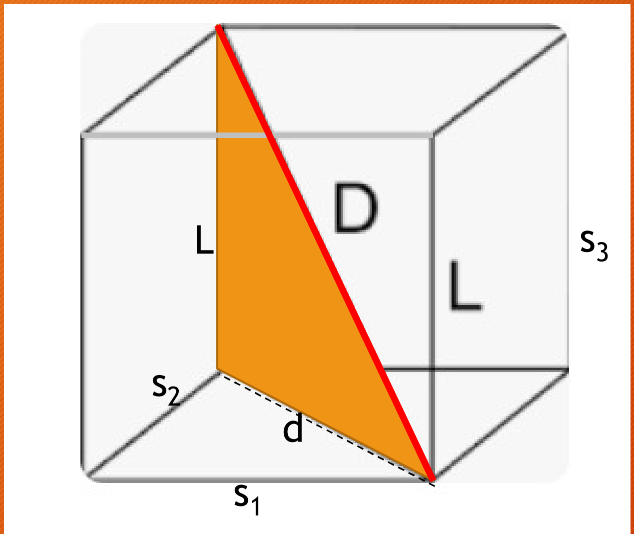
Teorema di Pitagora. Calcolo della Distanza

$$\overline{\mathrm{OP}} = d = \sqrt{{s_1}^2 + {s_2}^2} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{AP}^2}$$

La distanza tra due punti si calcola misurando le distanze degli spostamenti ortogonali

E nello spazio: $d = \sqrt{{s_1}^2 + {s_2}^2 + {s_3}^2}$

Il Triangolo Rettangolo



La diagonale del cubo è : $d = \sqrt{{s_1}^2 + {s_2}^2 + {s_3}^2}$

$$D = \sqrt{d^2 + L^2} = \sqrt{L^2 + L^2 + L^2} = \sqrt{3L^2} = L\sqrt{3} = 1{,}73L$$

Si scoprono i numeri incommensurabili!

Se $s_1{}^2$ =1 e $s_2{}^2$=1

$$d = \sqrt{s_1{}^2 + s_2{}^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1 =} \sqrt{2}$$

Questa uguaglianza sembra non aver nessun senso!
Infatti ne discende che:

$$d^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$$

E' chiaro che nessun numero intero può aver per quadrato 2.

Se $d = \frac{p}{q}$ con p e q primi tra loro, allora $d^2 = \frac{p^2}{q^2}$ in cui anche p^2 e d^2 sono primi tra loro e quindi il loro rapporto non può essere un numero intero, $d^2 \neq 2$, da cui $d \neq \sqrt{2}$!!!

Si scoprono i numeri incommensurabili!

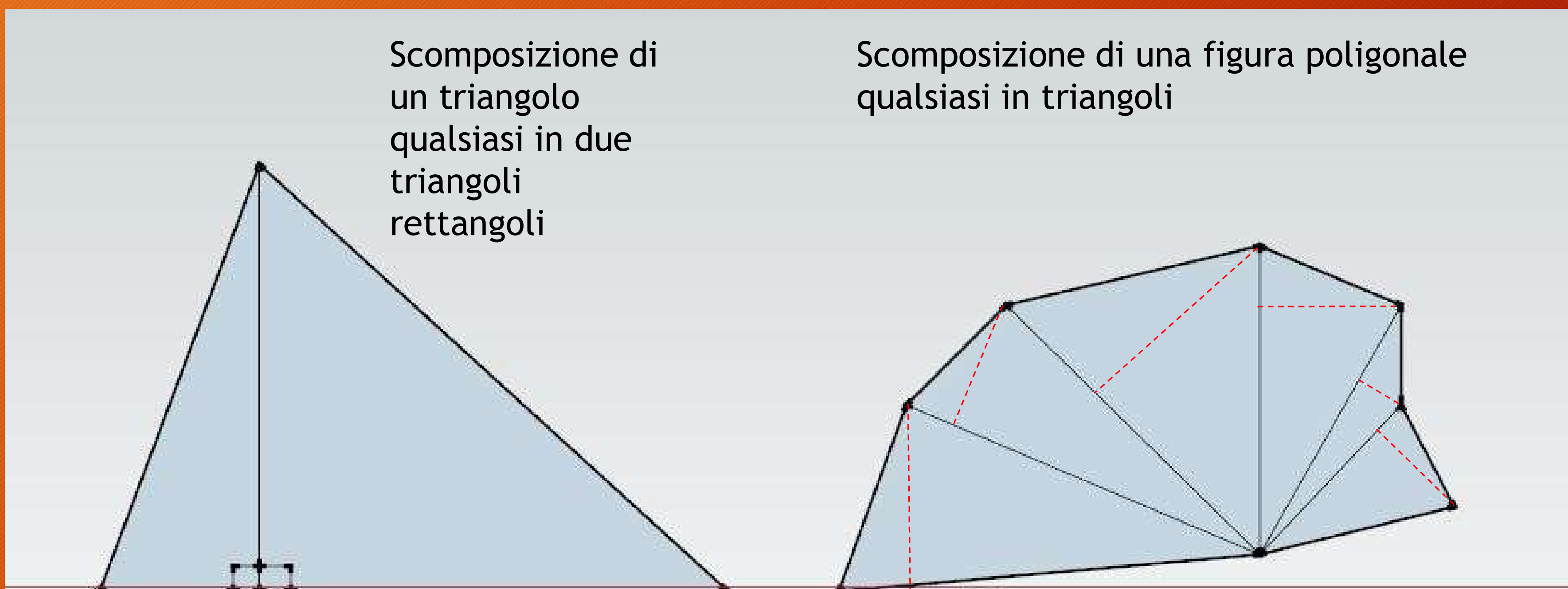
Se $d = \sqrt{2}$ è un numero incommensurabile allora anche la diagonale di un quadrato di lato uno è incommensurabile con il lato del quadrato, cioè:

$$\frac{diagonale}{lato\ del\ quadrato} = \sqrt{2}$$ non ha senso!

Se esistono distanze non commensurabili…

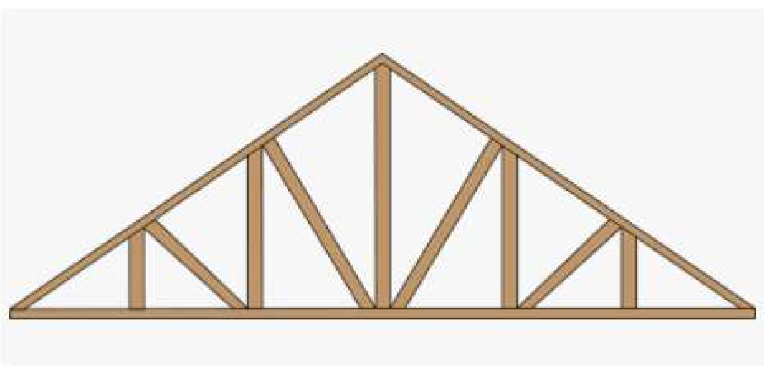
Allora il mondo non è misurabile in modo esatto qualsiasi sia l'unità di misura scelta!

Scomposizione in triangoli di un poligono

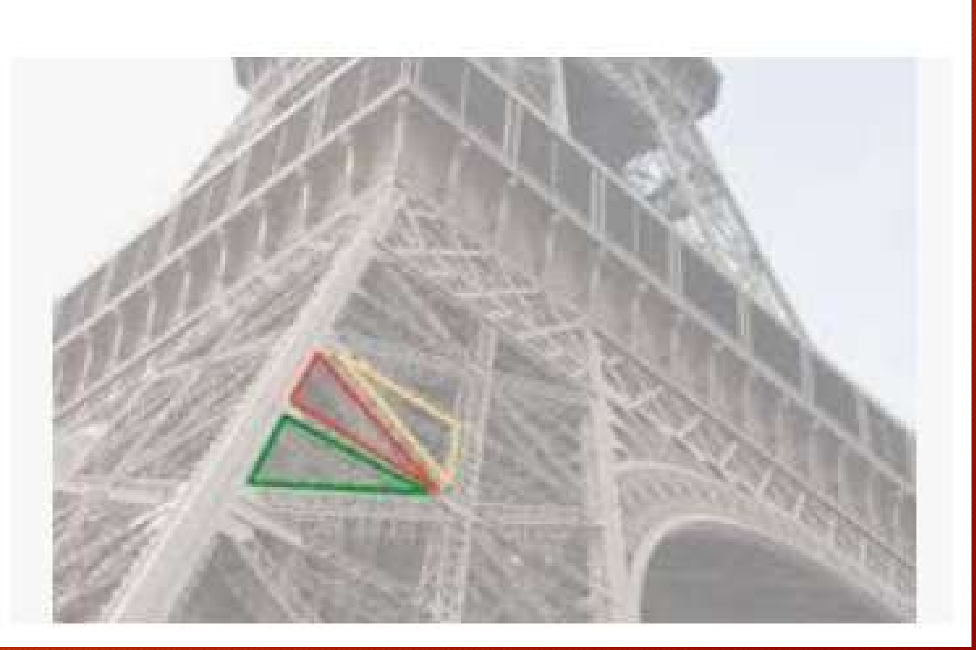


Il triangolo nelle costruzioni

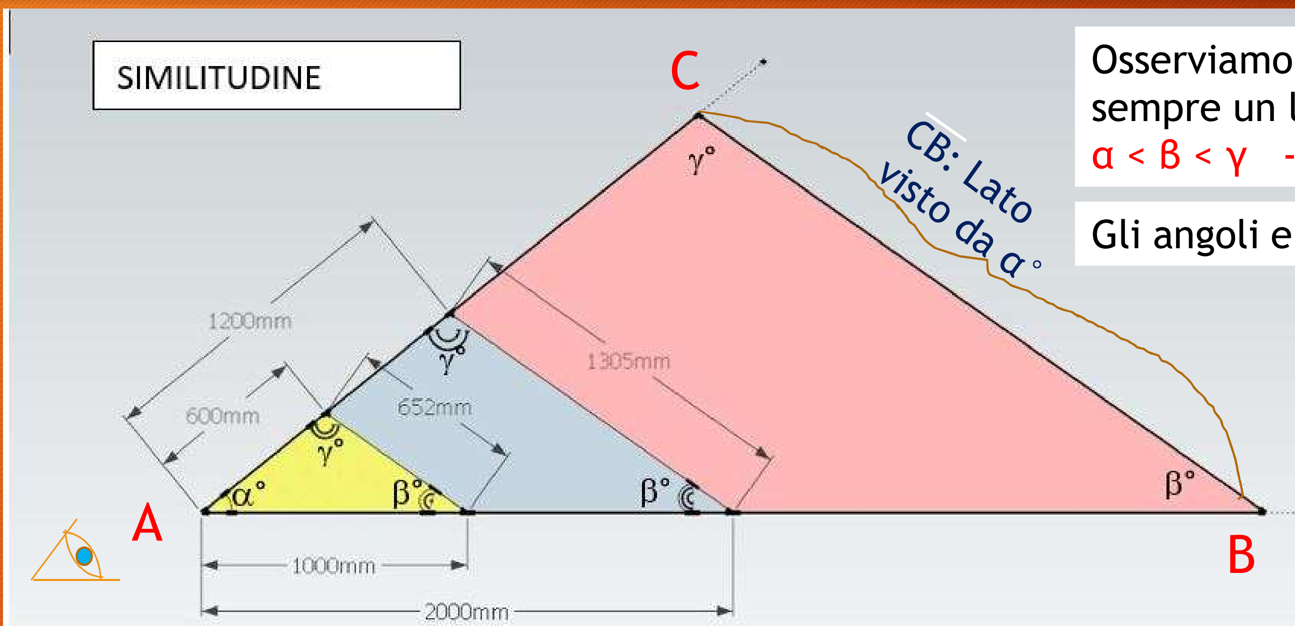
Il Triangolo è una forma **indeformabile**



Il triangolo nelle costruzioni | La casa della tecnologia



Teorema di Pitagora e Similitudine dei triangoli



Osserviamo che ad angolo maggiore corrisponde sempre un lato di misura maggiore
α < β < γ --→ CB < CA < AB

Gli angoli e i lati di un triangolo non sono indipendenti

Usando il Teorema di Pitagora e la Similitudine possiamo costruire delle relazioni generali tra angoli e lati di un triangolo: la TRIGONOMETRIA

Ipparco da Nicea (200 a.c.) è stato il primo a costruire una tavola trigonometrica con cui risolvere ogni triangolo