INDICE 2

Uno Spazio che non si fa osservare facilmente!

- Riassunto della prima lezione
- L'errore
  - errore casuale
  -errore sistematico
- L'approssimazione
- Il Mondo è frattale!
- Oggetti Incommensurabili
  - Qual è la lunghezza della circonferenza?
  - π: Pigreco. E' ovunque in natura. Perché?

Riassunto della prima lezione

Lo Spazio intorno a noi

Concetti importanti

- l'unità di misura

- Lo strumento di misura (il metro rigido, il quadrato, il cubo)

- La dimensione

- Metodi per misurare: uso del triangolo

Difficoltà

- Gli oggetti da misurare sono curvi

- Gli strumenti di misura sono più lunghi o più corti dell'oggetto da misurare

- Modifica dello strumento di misura: infinitesimi e infinito

- Non basta misurare le lunghezze bisogna conoscere anche gli angoli.

Errori nelle misure: l’approssimazione

- a) Approssimazione
  - Errore Sistematico
  - Errore Casuale
  - Errore unità di misura: oggetti frattali
  - Errore a causa di oggetti con dimensioni incommensurabili con l’unità di misura

Errore Sistematico : Multipli e Sottomultipli

- multipli e sottomultipli dell'unità di misura

- Misure lineari. Dimensione 1

km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm	
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001	(m)
10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	

Errore Sistematico: Altri Multipli e Sottomultipli

- Grandi Multipli del m

Megametro: *Mn 1000 Km =1 000 000 m =10^6 m*

Annoluce: *Al 9.460.800.000.000* km = 9,461*10^{15} m

Unità Astronomiche UA 149.597.870.700 m = 1,5*10^{11} m : Distanza Sole Terra

- Piccoli Sottomultipli m

Micrometro: μm 0,000.001 m = 10^{-6} m

Nanometro: nm 0,000.000.001 m = 10^{-9} m

Unità atomica: A 0,000.000.000.1 m = 10^{-10} m : Diametro dell'atomo H

- Stringhe: 0, seguito da 34 zeri e poi da 1 = 10^{-35} m

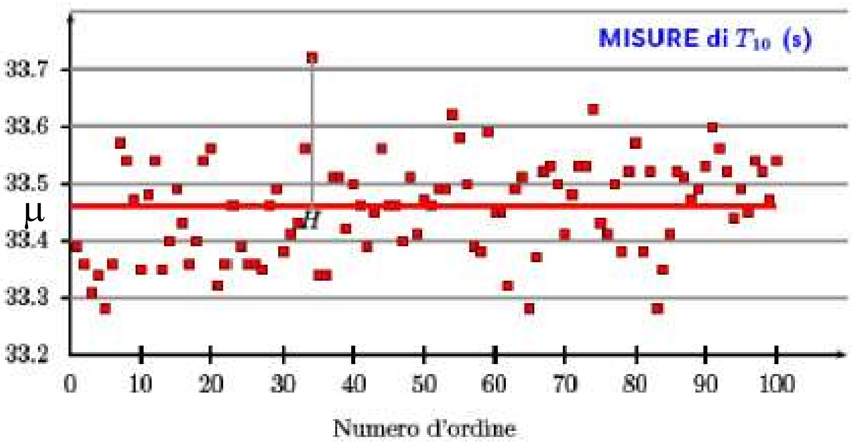
Errore Sistematico: Multipli e Sottomultipli

Riduzione dell' errore sistematico

- Uso di uno strumento preciso
- Uso di uno strumento con più suddivisioni.

- -

Errore Casuale

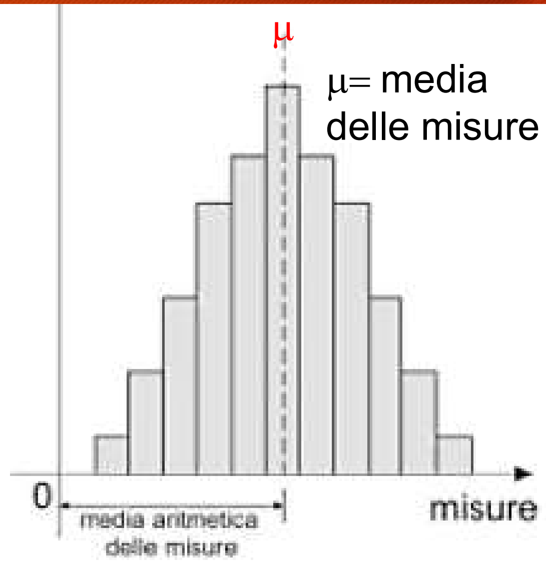


Proprietà ipotetiche de-dotte da Gauss dalle osservazioni:

- $s = x - \mu$ scarto di una misura dal valore vero

Errore Casuale

Osservando gli istogrammi delle misure e degli scarti, nel caso di osservazioni ripetute in identiche condizioni



Riduzione dell’errore Casuale

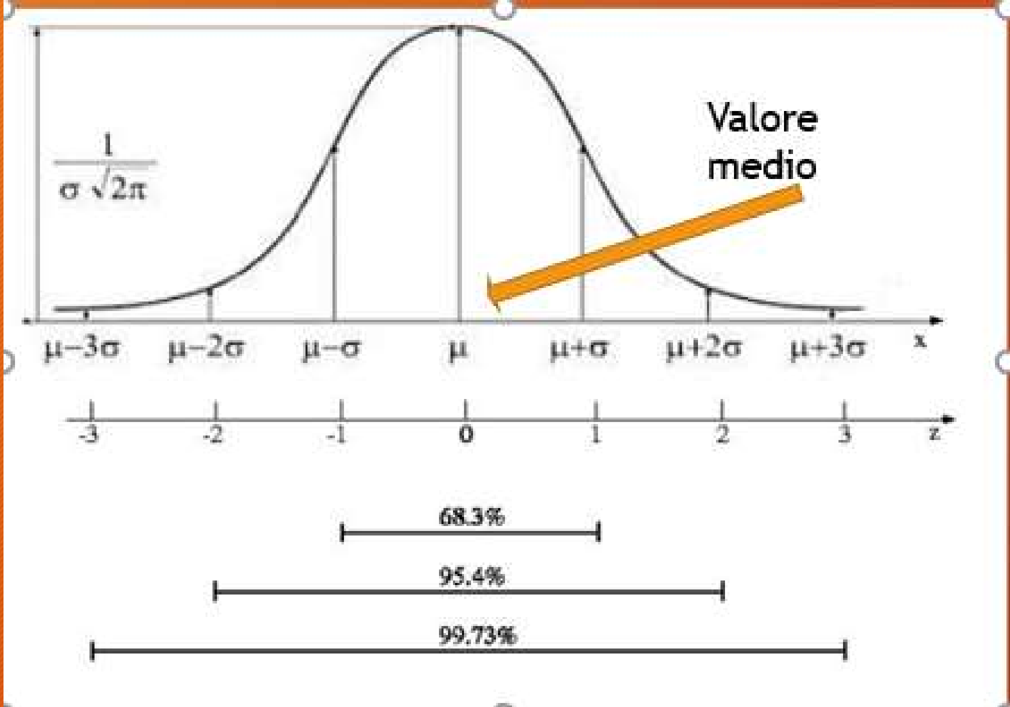
Errore casuale

Per ridurre l’errore casuale eseguiamo più volte la misura e ne calcoliamo il valore medio.

$$\text{Misura media} = \frac{\text{Somma delle misure}}{\text{Numero delle misure}}$$

Misure	m
1	5,23
2	5,24
3	5,23
4	5,23
5	5,22
Σ	26,15
Σ/5	5,23

Distribuzione Gaussiana: Errore Casuale



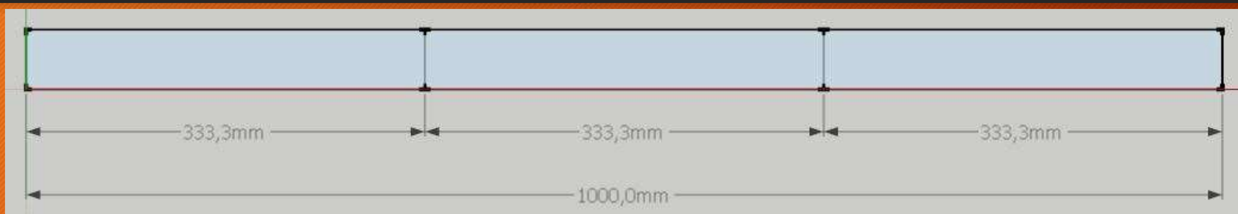
PROPRIETÀ DELLA LEGGE NORMALE

- $\mu = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$
- *Il valore di aspettazione delle misure di una grandezza fisica affette solo da errori casuali esiste, e coincide con il valore vero della grandezza misurata.*

σ= varianza

***σ -> σ**/n al crescere di n, numero delle misure*

L’Arrotondamento



- Arrotondamento

Arrotondare significa ridurre le cifre decimali.

Ad esempio se dividiamo una lunghezza di 1m in 3 parti uguali avremo:

L= 1:3m = 0,33333333.. m =33,33.. cm con un numero di 3 illimitati dopo la virgola

Se ci interessano solo i cm potremmo approssimare così
L= 33 cm introducendo un errore minore di 1 cm.

m	dm	cm	mm	100 µ	10 µ	µ
0,	3	3	3	3	3	3

La Misura: Oggetti di dimensione non intera. I Frattali

L’oggetto da misurare è frattale!

Un frattale è un ente geometrico che ha dimensioni non intere!!!
Ad esempio:

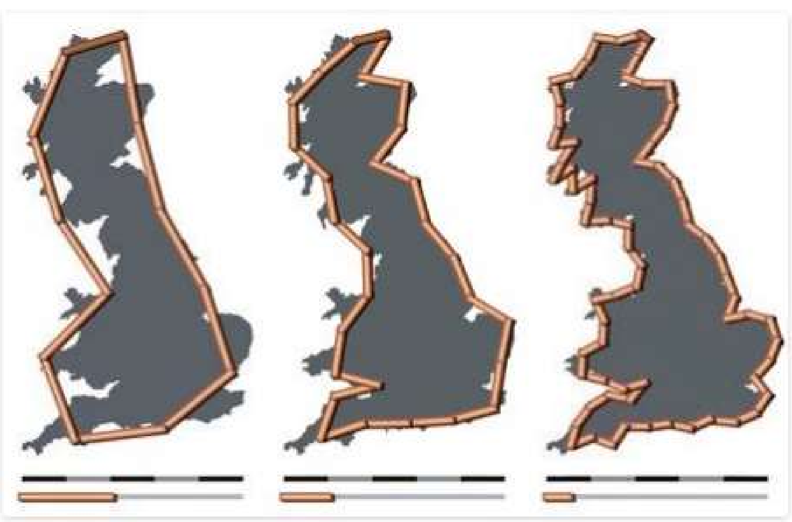
$$D=1,26$$

Esistono quindi oggetti di dimensioni non intera?
SI’
E cosa vuol dire «dimensione non intera?»

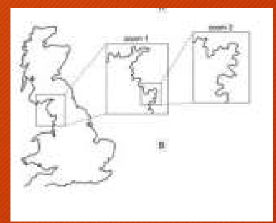
Misurare oggetti Frattali

Benoit Mandelbrot **(nel 1975 ha anche coniato il termine “frattale”).**

“Quant’è lunga la costa della Gran Bretagna?”



Il Regno Unito: un esempio di costa “frattale” (immagine: wikipedia.org)

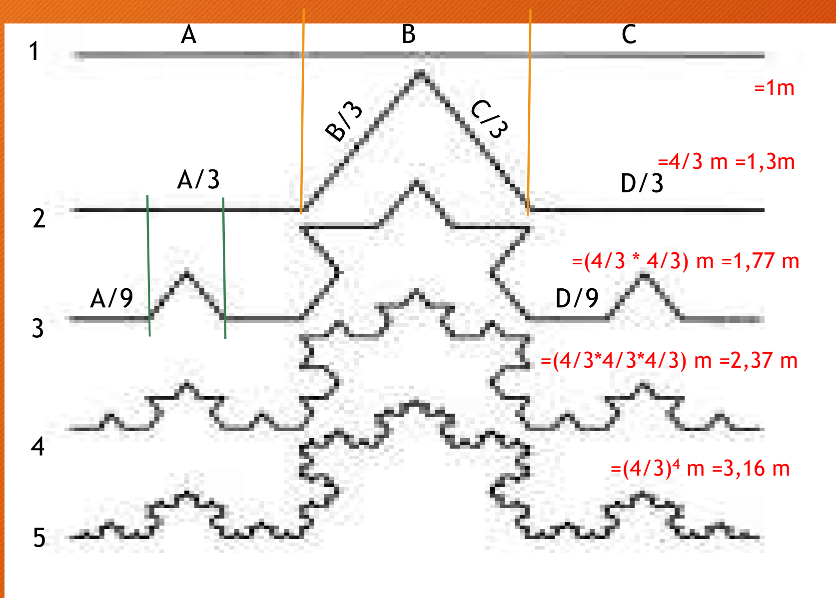


“C’è un limite a questa lunghezza?”

Prima della scoperta dei Frattali nel 1975 da parte di Mandelbrot, gli oggetti geometrici erano uni-, bi- o tridimensionali: linea, quadrato e cubo.

I Frattali

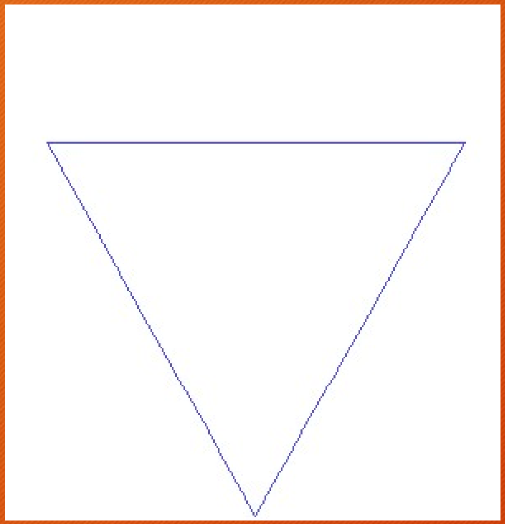
Frattali!

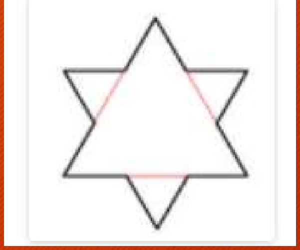


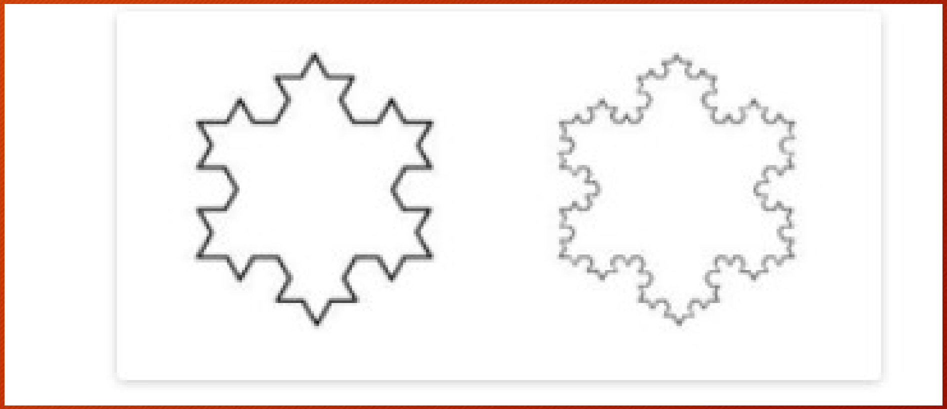
Prendiamo una linea, che idealizza la costa. Ovviamente è troppo dritta per essere reale, quindi creiamo n’insenatura aggiungendo 1/3 di linea. In totale così avremo 4/3 di corda. Avete mai visto una costa a V?
Non penso, quindi con lo stesso identico procedimento di prima creiamo altre insenature. Ognuna delle 4 linee è cresciuta di 4/3 per una lunghezza totale di $(4/3)^2$

La Misura: misurare praticamente

Frattali!

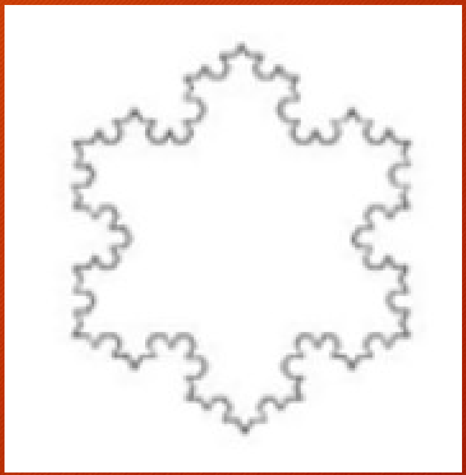






I Frattali in Natura

Un cavolfiore



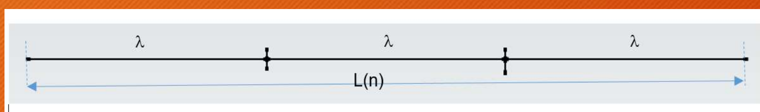
I Frattali in Natura

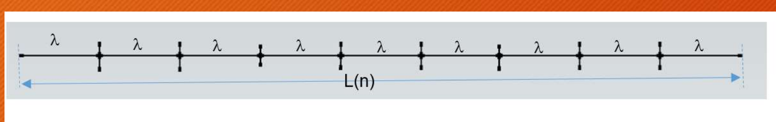
- Restando sulle coste, abbiamo quella australiana con D=1,13 (non è molto frastagliata) o quella sudafricana D= 1,04 (praticamente una riga) o quella norvegese con D=1,52.

- Se state respirando lo dovete sempre ai frattali che sono nei vostri polmoni con una dimensione frattale di D=2,97.

La dimensione di un oggetto

Dimensione D
Dimensione Lineare D=1

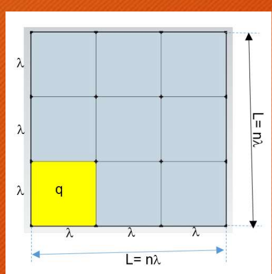




n= 3. $n^D = 3^1 = 3$ $\quad L(n) = n^D * \lambda = 3\lambda$

n= 9. $n^D = 9^1 = 9$ $\quad L(n) = n^D * \lambda = 9\lambda$

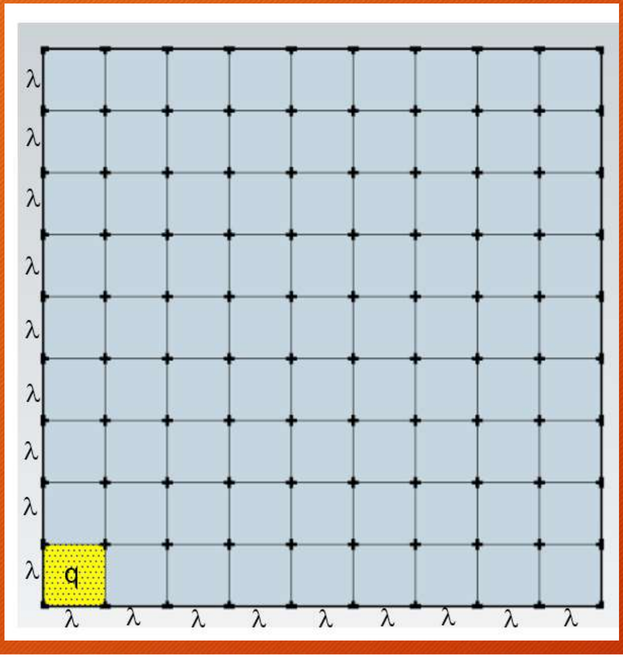
Dimensione quadratica D=2



n= 3. $n^D = 3^2 = 9$ $\quad L(n) = n^D * q = 9q$

La dimensione di un oggetto

Dimensione D
Dimensione quadratica D=2



n= 9. $n^D = 9^2 = 81$ $L(n) = n^D * q = 81q$

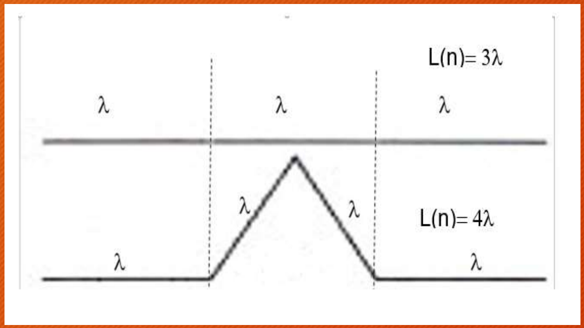
La Dimensione di un oggetto

Dimensione D

$$n^D * \lambda = L(n)$$

$$D = \frac{\log(L(n))}{\log(n)}$$

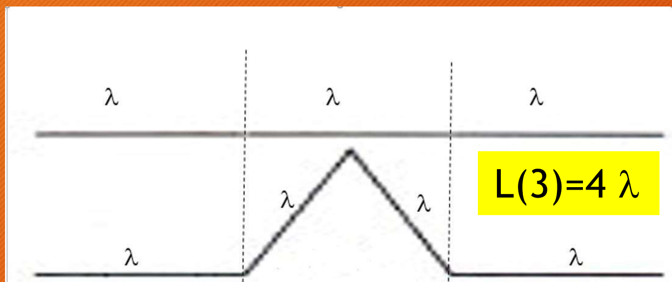
Supponiamo di dividere il segmento in 3 parti



D = 1 | n = 3 | $n^D = 3^1 = 3$ | L(n) $= n^D * \lambda = 3\,\lambda$

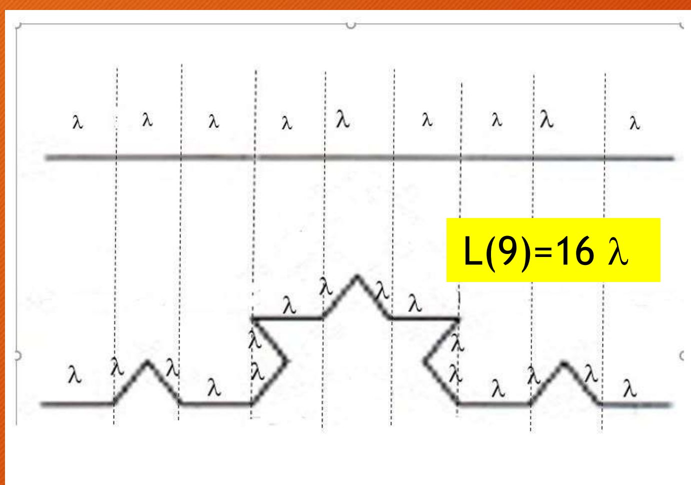
D = 1,26 | n = 3 | $n^D = 3^{1,26} = 4$ | L(n) $= n^D * \lambda = 4\,\lambda$

Lunghezza di un Frattale:



$D = 1; \quad n = 3; \quad n^D = 3^1 = 3; \quad L(n) = n^D * \lambda = 3\lambda$

$D = 1{,}26; \quad n = 3; \quad n^D = 3^{1{,}26} = 4; \quad L(n) = n^D * \lambda = 4\lambda$



$D = 1; \quad n = 9; \quad 9^D = 9^1 = 9; \quad L(n) = n^D * \lambda = 9\lambda$

$D = 1{,}26; \quad n = 9; \quad 9^D = 9^{1{,}26} = 16; \quad L(n) = n^D * \lambda = 16\lambda$

Quanto misurerebbe una formica al posto di un uomo?

Dimensione oggetto D =1,26

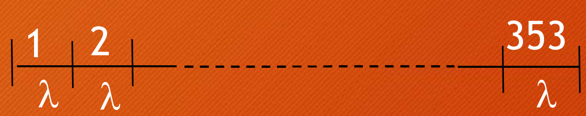
Lunghezza Formica = 5mm; Altezza Uomo medio =1,65m = 1650mm

$$n = \frac{Uomo\ \ medio}{\text{Formica}} = \frac{1650}{5} = 353$$

da cui:

$$L(n) = 353^{1,26} * \lambda = 1623 * \lambda$$

Poiché λ= misura Uomo/353



$$L(n) = \frac{1623}{353} * misura\ Uomo = 4{,}6\ misura\ Uomo$$

La Misura: Lunghezze incommensurabili

Grandezze incommensurabili : π pi greco

Le sue prime 100 **cifre** decimali sono:

3,14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510 58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679

Misura della lunghezza di una Circonferenza e dell'area del Cerchio

$C = 2\pi R$; $S = \pi R^2$ ---→ $S(R=1) = \pi\, 1^2 = \pi$

Per misurare la lunghezza della circonferenza c rispetto al raggio R Archimede usa un metodo per approssimazioni successive, noto come metodo di esaustione

La Misura: Misura di Pi Greco

π COSI' COME FU CALCOLATO CON GRANDISSIMA PRECISIONE DA ARCHIMEDE (III sec a.c)

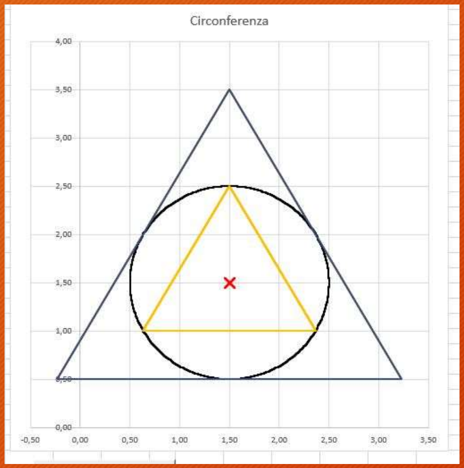
IL METODO USATO E' DETTO DI ESAUSTIONE.

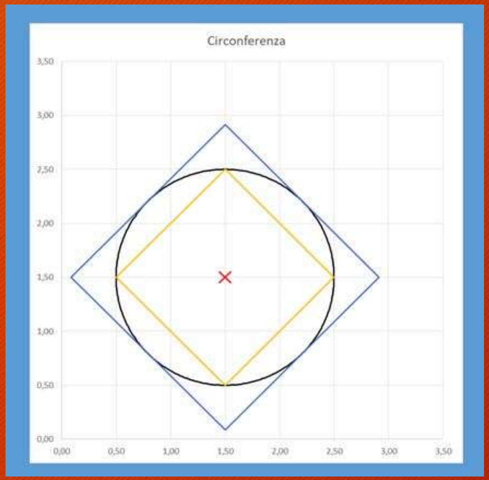
E' UN PROCEDIMENTO DI CALCOLO DI UN'AREA ATTRAVERSO LA COSTRUZIONE DI POLIGONI CHE VIA VIA CONVERGONO ALL'AREA DA CALCOLARE.

E' IL METODO ALLA BASE DEL CALCOLO INTEGRALE INVENTATO DA NEWTON E LEIBNIZ NEL 1600.

La Misura: Misura di Pi Greco

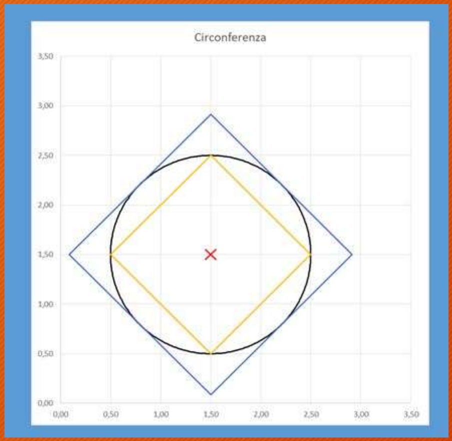
- a) Prime approssimazioni della circonferenza con poligoni inscritti e circoscritti:

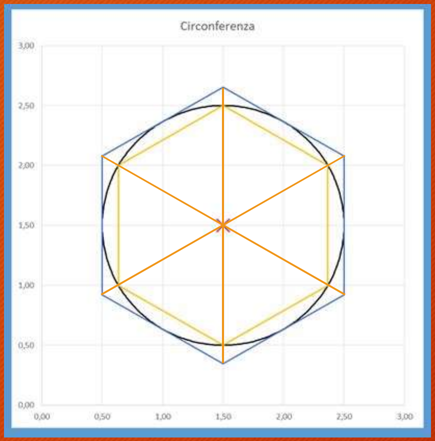


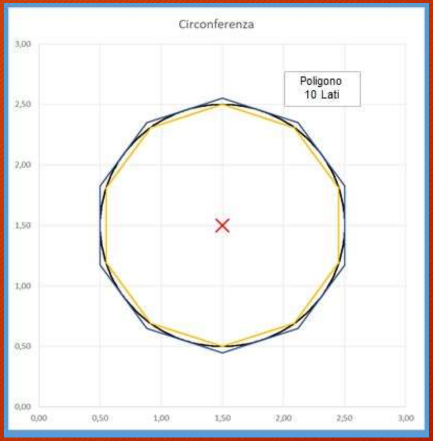


La Misura: Misura di Pi Greco

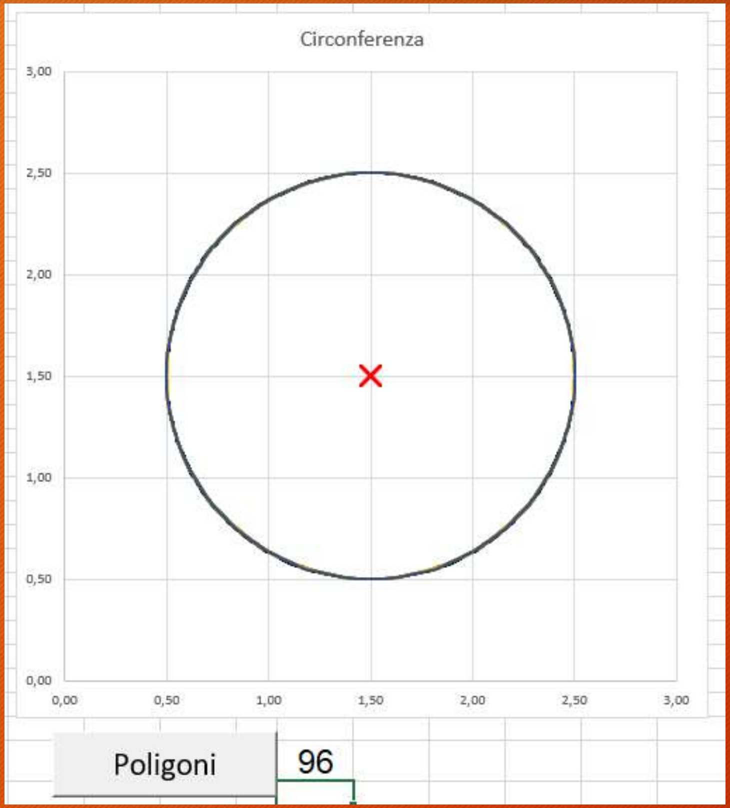
- a) Approssimazione migliore della circonferenza:







La Misura: Misura di Pi Greco



Approssimazione della circonferenza con un poligono di 96 lati

- Misura di pi greco eseguita da Archimede

La Misura: Misura di Pi Greco

- a) Approssimazione:

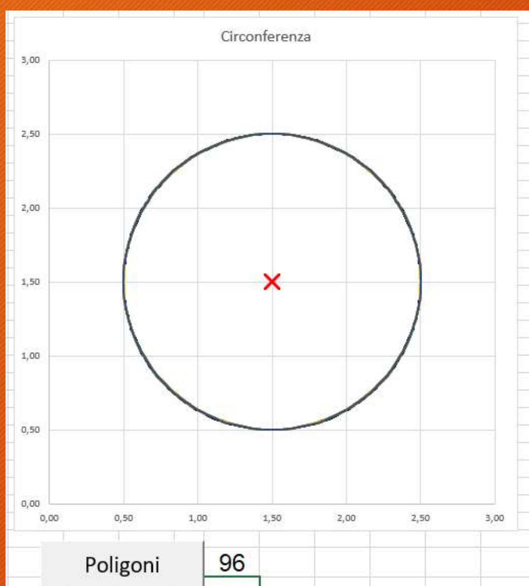
  - Misura di pi greco.

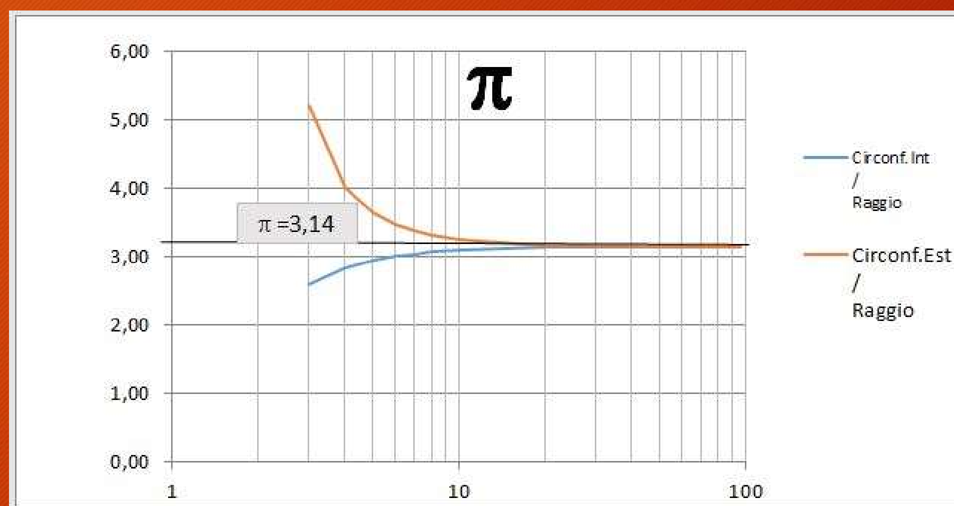
Lati Poligono	Perimetro Inscritto (cm)	Perimetro Circoscritto (cm)	Area Inscritto (cm^2)	Area Circoscritto (cm^2)	Differenza Aree (cm^2)	Circonf.Int / 2*Raggio	Circonf.Est / 2*Raggio	Raggio Cerchio (cm)
3	5,1962	10,3923	1,2990	5,1962	3,8971	2,5981	5,1962	1
4	5,6569	8,0000	2,0000	4,0000	2,0000	2,8284	4,0000	1
5	5,8779	7,2654	2,3776	3,6327	1,2551	2,9389	3,6327	1
6	6,000	6,928	2,598	3,464	0,8660	3,000	3,464	1
7	6,074	6,742	2,736	3,371	0,6346	3,037	3,371	1
8	6,123	6,627	2,828	3,314	0,4853	3,061	3,314	1
10	6,180	6,498	2,939	3,249	0,3103	3,090	3,249	1
20	6,257	6,335	3,090	3,168	0,0775	3,129	3,168	1
96	6,282	6,285	3,139	3,143	0,0034	3,141	3,143	1

$$\frac{Circonferenza}{Diametro} = \frac{2\pi R}{(2*R)} = \pi$$

Approssimazione di π

- a) Calcolo di Archimede





LA CIRCONFERENZA

- LA MISURA DELLA CIRCONFERENZA E':

$$2\pi R$$

$$= 6{,}28\ R = 3{,}14\ D$$

Fu calcolata da Archimede con una precisione che durò fino al 1600. Il valore di π fu calcolato utilizzando un poligono di 96 lati, con un metodo eccezionale valido ancora oggi.

π Lo troviamo ovunque. Nella misura delle lunghezze, delle superfici, dei volumi, negli angoli. Ogni volta che c'è una curvatura!

Fine della II lezione

GRAZIE!